

1. a)
$$\begin{pmatrix} 8.170.990 & 4.353.530 & 12.524.520 \\ 1.687.860 & 1.827.120 & 3.514.980 \\ 9.858.850 & 6.180.650 & 16.039.500 \end{pmatrix}$$

b) La dimensió és 3×3 .

c) $a_{12} = 4.353.530$ $a_{23} = 3.514.980$ $a_{33} = 16.039.500$

d) L'element a_{21} .

2. a) La dimensió és 3×5 .

b) $a_{23} = -2$ $a_{14} = 13$

c) Els elements: a_{21} ; a_{13} i a_{34} .

3. a) La mateixa matriu. La mateixa matriu.

b) Sí.

c) Una matriu triangular inferior.

d) La mateixa matriu.

4. a) Les hores en què passen els trens per aquesta ciutat. Les hores en què passa aquest tren per diferents ciutats.

b) Sí. Perquè la distància d'una ciutat A a una nova ciutat B és la mateixa que de B a A .

c) Només si la matriu és simètrica.

5. Que és simètrica.

6. a)
$$A = \begin{pmatrix} 132 & 124 & 117 & 155 \\ 78 & 75 & 69 & 93 \\ 201 & 191 & 185 & 216 \\ 50 & 47 & 43 & 66 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 132 & 125 & 130 & 148 \\ 79 & 73 & 87 & 90 \\ 201 & 187 & 205 & 209 \\ 49 & 42 & 54 & 62 \end{pmatrix}$$

b) Els beneficis acumulats van ser de 378 milions de pessetes.

c)
$$A + B = \begin{pmatrix} 264 & 249 & 247 & 303 \\ 157 & 148 & 156 & 183 \\ 402 & 378 & 390 & 425 \\ 99 & 89 & 97 & 128 \end{pmatrix}$$

d) El supermercat Casa teva de Sitges.

e) Sí. Han augmentat en 11 milions de pessetes.

f)
$$B - A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 13 & -7 \\ -1 & -2 & 18 & -3 \\ 0 & -4 & 20 & -7 \\ -1 & -5 & 11 & -4 \end{pmatrix}$$

g) El supermercat BBB de Sitges és el que ha obtingut un augment més gran. Els supermercats Casa teva de Vic i de Sitges són els que han obtingut una pèrdua més gran.

7. a)
$$A = \begin{pmatrix} 6 & 11 \\ 22 & 28 \\ 37 & 9 \\ 4 & 21 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 17 & 3 \\ 23 & 29 \\ 28 & 5 \\ 6 & 24 \end{pmatrix}$$

b)

$$A + B = \begin{pmatrix} 23 & 14 \\ 45 & 57 \\ 65 & 14 \\ 10 & 45 \end{pmatrix}$$

Aquesta matriu ens informa del nombre total de l'alumnat matriculat en els dos instituts segons l'opció triada i el sexe.

c)

$$A - B = \begin{pmatrix} -11 & 8 \\ -1 & -1 \\ 9 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Aquesta matriu ens informa de quants nois i noies més hi ha matriculats a l'institut 1 que a l'institut 2, segons les opcions i el sexe.

8. a) Sí.

b) Sumant a la matriu $A + B$ la matriu C .

c) Sí.

9. a) La matriu nul·la de dimensió $n \times m$. Aquesta matriu té tots els elements iguals a zero.

b) La matriu oposada de A de dimensió $n \times m$. Aquesta matriu té els elements de la matriu A canviats de signe.

10. a)

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$B + C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$$

c)

$$A + B + C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 3 \\ 0 & -10 \end{pmatrix}$$

d)

$$A - B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -2 \\ 16 & -16 \end{pmatrix}$$

e)

$$A - (A + C) = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -5 & 3 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

f)

$$(A + B + C) - (B + C) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$$

11. a)

$$A = \begin{pmatrix} 390 \\ 96 \\ 588 \\ 153 \\ 32 \end{pmatrix}$$

b) 111,36 €. Cal multiplicar-lo per 1,16.

$$c) \quad 1,16 \cdot A = \begin{pmatrix} 452,40 \\ 111,36 \\ 682,08 \\ 177,48 \\ 37,12 \end{pmatrix}$$

$$12. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 100 & 156 & 98 \\ 100 & 0 & 256 & 198 \\ 156 & 256 & 0 & 91 \\ 98 & 198 & 91 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Trigarà 1,73 hores = 1 h 44 min.

c) Hem de multiplicar-la per 1/90.

$$d) \quad \frac{1}{90} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1,111 & 1,733 & 1,089 \\ 1,111 & 0 & 2,844 & 2,2 \\ 1,733 & 2,844 & 0 & 1,011 \\ 1,089 & 2,2 & 1,011 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e) \quad \frac{1}{60} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1,667 & 2,6 & 1,633 \\ 1,667 & 0 & 4,27 & 3,3 \\ 2,6 & 4,27 & 0 & 1,517 \\ 1,633 & 3,3 & 1,517 & 0 \end{pmatrix}$$

$$13. \quad \frac{1}{16.039.500} \cdot A = \begin{pmatrix} 50,94 & 27,14 & 78,08 \\ 10,52 & 11,39 & 21,91 \\ 61,46 & 38,53 & 100 \end{pmatrix}$$

$$14. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 36 \\ 36 \\ 70 \\ 59 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 18 \\ 15 \\ 24 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$b) \quad 1,16 \cdot A = \begin{pmatrix} 41,76 \\ 41,76 \\ 81,20 \\ 68,44 \end{pmatrix} \quad 1,16 \cdot B = \begin{pmatrix} 20,88 \\ 17,4 \\ 27,84 \\ 10,44 \end{pmatrix}$$

$$c) \quad \text{Sí.} \quad 1,16 \cdot A + 1,16 \cdot B = 1,16 \cdot (A + B) = \begin{pmatrix} 72,66 \\ 68,63 \\ 109,04 \\ 78,88 \end{pmatrix}$$

d) Per 0,8.

e) Sí.

$$0,8 \cdot (1,16 \cdot A) = (0,928) \cdot A = \begin{pmatrix} 33,41 \\ 33,41 \\ 64,96 \\ 54,75 \end{pmatrix}$$

15. a) $3 \cdot A = \begin{pmatrix} 12 & -3 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$ $-2 \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -14 & 4 \end{pmatrix}$ $3 \cdot A - 2 \cdot B = \begin{pmatrix} 18 & -5 \\ -14 & 19 \end{pmatrix}$

b) $4 \cdot A + 4 \cdot B = 4 \cdot (A + B) = \begin{pmatrix} -30 & 10 \\ 70 & -20 \end{pmatrix}$

c) $2 \cdot B + 8 \cdot B = (2 + 8) \cdot B = \begin{pmatrix} -30 & 10 \\ 70 & -20 \end{pmatrix}$

16. a) $A = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 7 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} 14 & 13 \\ 18 & 17 \\ 15 & 14 \end{pmatrix}$$

b) 238 €

c) $\begin{pmatrix} 333 & 312 \\ 238 & 223 \end{pmatrix}$

d) Les dimensions de les matrius inicials són 2×3 i 3×2 . La dimensió de la matriu anterior és 2×2 .

17. a) $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$$

b) $a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} + a_{23} \cdot b_{31}$

c) $\begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} + a_{13} \cdot b_{32} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} + a_{23} \cdot b_{31} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} + a_{23} \cdot b_{32} \end{pmatrix}$

d) Les dimensions de les matrius inicials són 2×3 i 3×2 . La dimensió de la matriu anterior és 2×2 .

18. a)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 57 & 0 \\ 123 & 1.510 & 7.803 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 18 & 12 \\ 10,8 & 7 \\ 8 & 5,2 \end{pmatrix}$$

b) 687,6 €

c) La dimensió de la matriu $A \cdot B$ és 2×2 .

d)

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 687,6 & 447 \\ 80.946 & 52.621,6 \end{pmatrix}$$

e) La dimensió de la matriu $B \cdot A$ és 3×3 .

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1.548 & 904,2 & 671,6 \\ 19.146 & 11.185,6 & 8.208 \\ 93.636 & 54.621 & 4.057,56 \end{pmatrix}$$

19. a) No és la mateixa matriu.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -11 & 3 & 1 \\ 20 & 4 & -4 \\ 12 & 5 & -3 \end{pmatrix} \quad B \cdot A = \begin{pmatrix} -6 & 11 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$$

b) La matriu $C \cdot A$ no es pot calcular.

$$A \cdot C = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 8 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

c) Sí.

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} 14 & 8 \\ -18 & 12 \end{pmatrix} \quad D \cdot C = \begin{pmatrix} 14 & 8 \\ -18 & 12 \end{pmatrix}$$

20.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

21. a) Són el mateix nombre.

b) No. No.

c) Obtenim la mateixa matriu:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \\ 4 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

22.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 18 \\ 4 & -4 & 6 \\ 28 & -17 & -11 \end{pmatrix} \quad B \cdot A = \begin{pmatrix} -26 & 21 & 12 \\ -7 & 14 & 1 \\ 11 & 13 & -7 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A = \begin{pmatrix} 18 & -24 & -6 \\ 8 & 20 & 8 \end{pmatrix} \quad C \cdot B = \begin{pmatrix} -30 & -18 & 11 \\ -44 & 36 & 50 \end{pmatrix}$$

$$D \cdot A = (-9 \quad 7 \quad 5) \quad D \cdot B = (33 \quad -14 \quad -13)$$

$$A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -6 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B \cdot B = \begin{pmatrix} 68 & -7 & -37 \\ 1 & 21 & 2 \\ -29 & 8 & 48 \end{pmatrix}$$

23. a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 86 & 15 \\ 38 & 12 \end{pmatrix}$

b) $A^t = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \quad B^t = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

c) $B^t \cdot A^t = \begin{pmatrix} 86 & 38 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$

d) Sí, $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$.

e) Perquè no sempre podem calcular $B^t \cdot A^t$.

24. a) $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 21 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $A^7 = \begin{pmatrix} 1 & 14 & 105 \\ 0 & 1 & 14 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \cdot 2 & (7 \cdot 2 + 1) \cdot 7 \\ 0 & 1 & 7 \cdot 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^7 = \begin{pmatrix} 1 & 21 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$