

L'escombra equilibrista

Resum

Aquesta és una experiència molt senzilla realitzada amb material casolà però tan serà útil al professorat quan expliqui el concepte de força de fricció (estàtica i cinètica) com, pel seu resultat sorprenent, al públic en general per amenitzar una vetllada, sopar...

Experiència

Només cal disposar d'una escombra (o fregona o pal d'esquí o qualsevol objecte allargat que no sigui simètric).

L'experiència consisteix en el següent: aguantem (sense agafar tal com es veu a la imatge) l'escombra pels dos extrems amb les dues mans i aleshores movem simultàniament i de forma lenta les dues mans fins que es trobin just davant la nostra cara.



Abans de portar-ho a la pràctica és interessant explicar-ho al públic i demanar que facin una hipòtesi sobre el que passarà; la pràctica totalitat de les persones i/o alumnes prediuen, amb certa lògica, que l'escombra caurà del costat del raspall argumentant que és el costat de l'escombra que pesa més.

Seguidament passem a realitzar l'experiència i, de manera sorprenent, observem que en el moment en què les dues mans s'ha trobat al mig, l'escombra ha quedat en perfecte equilibri horitzontal.

És millor demanar al que ho realitza que tanqui els ulls per deixar en evidència que no hi ha intervenció intencionada per aconseguir el resultat final.

Podem repetir l'experiència amb diferents tipus d'escombra, amb només el pal de l'escombra, amb una fregona seca, amb la mateixa fregona molla (perquè pesi més)... en tots els casos en ajuntar les mans l'objecte quedarà en equilibri: sempre trobarem de manera exacta el seu centre de gravetat.

Explicació

L'explicació la podem fer a dos nivells: per la gent del carrer o pels estudiants de física (just quan estan treballant el concepte de fricció).

Per la gent del carrer

En aquest apartat hi ha incorreccions físiques (assenyalades en cursiva) que les considerem prou justificades per poder explicar aquesta experiència al públic en general.

Només cal explicar que *la fricció depèn del pes* i que com que inicialment la mà dreta nota *menys pes*, la fricció és menor de manera que l'escombra llisca. En la mà esquerra notem *més pes* i per tant hi ha més fricció i aquesta és la responsable que l'escombra es mogui.

Conforme l'escombra llisca sobre la mà dreta, notem *més pes* sobre aquesta mà i arribarà un moment que les dues mans notaran el *mateix pes* i per tant tindran la mateixa fricció. A partir d'aquest moment l'escombra lliscarà per igual (amb la mateixa fricció) sobre les dues mans fins a trobar-se en el punt d'equilibri de l'escombra (centre de gravetat).

Pels alumnes

L'explicació del fenomen està relacionat amb la força de fricció que sabem que depèn de la força normal ($F = \mu \cdot N$), en el nostre cas la força normal correspon a la força que fa la mà sobre l'escombra (els profans en diuen *el pes*, però els estudiants -bons- de física saben que el pes de l'escombra no varia en cap cas i que està aplicat en el centre de gravetat).

També cal recordar que hi ha dos tipus de fricció:

Fricció estàtica. En aquest cas no hi ha lliscament entre els objectes i el valor de la força de fricció estàtica no pot superar el valor $\mu_e \cdot N$. El valor de la fricció estàtica pot tenir per tant un valor entre 0 i $F_{emàx} = \mu_e \cdot N$. En cas de superar aquest valor, aleshores es produeix lliscament i la força de fricció l'hem de considerar cinètica.

Fricció cinètica. En les situacions en que hi ha lliscament entre dues superfícies. El seu valor és $\mu_c \cdot N$.

Els coeficients μ_e i μ_c depenen únicament de les característiques de les superfícies en contacte (en el nostre cas la fusta del pal i la pell de la mà). En la realitat s'observa que sempre $\mu_e > \mu_c$ però, per simplificar l'explicació del fenomen (sobretot pensant amb l'alumnat de batxillerat), a partir d'ara suposarem que $\mu_e = \mu_c$.

Retornem ara a la nostra escombra. Tal com podem observar en els dibuixos, hem de tenir presents totes les forces que estan aplicades sobre l'escombra:

- **P**, el pes de l'escombra degut a l'atracció gravitatòria entre la Terra i l'escombra ($P = m \cdot g$) i aplicat al centre de masses de l'escombra CMe.
- **N₁** i **N₂**, força normal (perpendicular a la superfície) que fa cada mà sobre l'escombra, $N_1 + N_2 = P$; estan aplicades als punts de l'escombra en contacte amb les mans.
- **F₁** i **F₂**, força de fricció (estàtica o cinètica) que fa cada mà sobre l'escombra, aplicades als punts de l'escombra en contacte amb les mans.

També representem els vectors **F_{1màx}** i **F_{2màx}**, forces de fricció estàtica màxima, $F_{1màx} = \mu_e \cdot N_1$ i $F_{2màx} = \mu_e \cdot N_2$, malgrat que no corresponen a forces reals sinó als valors màxims que poden arribar a valer les forces de fricció estàtiques.

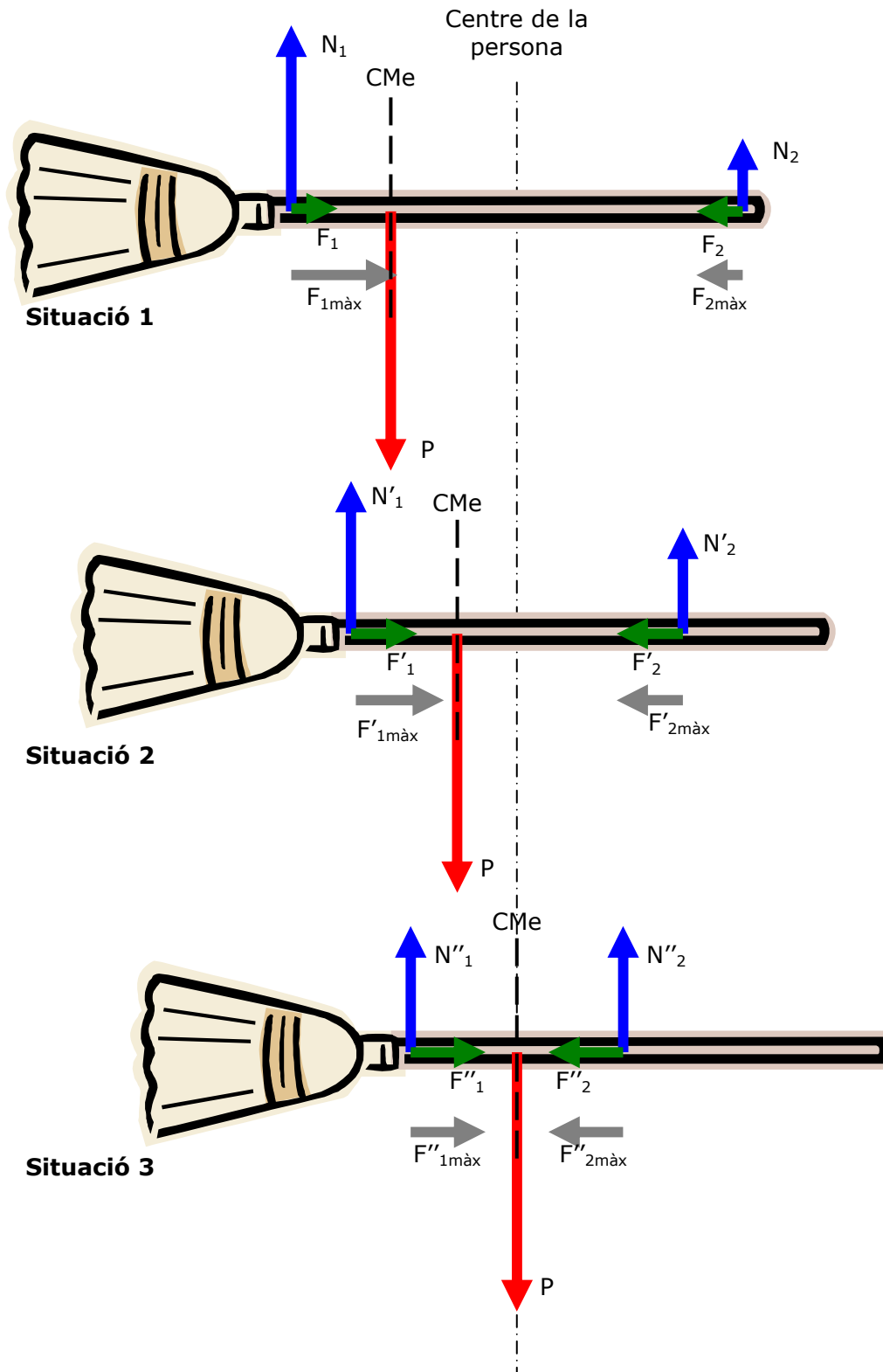
Cal tenir present que només representem les forces que actuen sobre l'escombra, evidentment també actuen forces (de reacció) sobre les nostres mans o sobre el planeta Terra però no són del nostre interès per analitzar el moviment de l'escombra i, per tant, no les dibuixem.

Com a primera observació ens adonem que les forces verticals (N_1 , N_2 i P) sempre s'anul·len entre elles i per tant l'escombra no tindrà moviment en aquesta direcció. Així

doncs, el moviment horitzontal de l'escombra serà responsabilitat únicament de les forces que actuen en aquesta direcció: les friccions.

En la primera situació, punt de partida, observem:

- ✓ Que $N_1 > N_2$ de manera que també $F_{1m\grave{a}x} > F_{2m\grave{a}x}$.
- ✓ En començar a fer forces iguals amb les dues mans la de la dreta (F_2) arriba primer a superar el valor màxim de la fricció estàtica per tant és la que primer passa a tenir el valor de fricció cinètica $F_2 = \mu_c \cdot N_2$ (que hem suposat igual a



l'estàtica màxima) i aleshores l'escombra llisca sobre la mà dreta.

- ✓ En la mà esquerra observem que la força $F_1 < F_{1m\grave{a}x}$ de manera que en aquest punt hi ha una fricció estàtica F_1 lleugerament superior a F_2 i sempre inferior al valor $F_{1m\grave{a}x}$. L'escombra no llisca en aquesta mà perquè $F_1 < F_{1m\grave{a}x}$.
- ✓ Cal tenir present que si l'escombra llisca amb velocitat uniforme F_1 i F_2 han de ser iguals, en cas contrari es produiria una acceleració. De totes maneres les condicions i valors de les forces van canviant constantment i això dificulta encara més la resolució numèrica de la situació.

Per tant, encara que ajuntem les dues mans simultàniament, l'escombra no llisca sobre la mà esquerra i si que ho fa sobre la dreta.

Si deixem evolucionar el sistema arribarem a la segona situació:

L'escombra s'ha anat desplaçant cap a la dreta mentre les dues mans ho feien simultàniament cap al centre de la persona. Observem:

- ✓ N_1 ha disminuït fins al valor N'_1 i N_2 ha augmentat fins al valor N'_2 , recordem que la seva suma sempre val P , encara però $N'_1 > N'_2$.
- ✓ Com a conseqüència, $F'_{1m\grave{a}x} > F'_{2m\grave{a}x}$ i per tant la fricció de la mà dreta continua superant el valor $F'_{2m\grave{a}x}$ i llisca amb una fricció cinètica F'_2 .
- ✓ La fricció F'_1 (inferior a $F'_{1m\grave{a}x}$) és igual al valor F'_2 i per tant l'escombra continua amb el seu moviment uniforme cap a la dreta.

Arribem així a la tercera situació:

- ✓ Les dues mans estan situades simètricament respecte el CMe i aquest coincideix amb el centre de la persona.
- ✓ S'han igualat els valors de les forces normals $N''_1 = N''_2 = P/2$.
- ✓ Per tant $F''_{1m\grave{a}x} = F''_{2m\grave{a}x}$ de manera que a partir d'aquest moment les dues forces de fricció són cinètiques $F''_1 = F''_2$.

A partir d'aquesta situació, la suma de totes les forces que actuen sobre l'escombra és nul·la i, suposant que en un instant el moviment de l'escombra s'ha aturat, l'escombra es manté quieta mentre les dues mans s'acosten simètricament fins el centre de la persona (recordem que ja està coincidint amb el CMe).

I una mica més complicat

Fins aquí hem simplificat l'explicació del fenomen considerant que els coeficients de fricció estàtica i cinètica són iguals ($\mu = \mu_e = \mu_c$), d'aquesta manera la força de fricció quan llisca l'escombra sobre una mà és $F = \mu \cdot N = F_{em\grave{a}x}$. Segurament pels estudiants de batxillerat ja està prou bé analitzar el fenomen fins aquest nivell.

En la realitat i tenint present que $\mu_e > \mu_c$, el moviment és una mica més complicat perquè es produeix una alternança entre les forces de fricció estàtica i cinètica d'un costat i de l'altre. La sensació és que ara es mou una mica un costat, tot seguit s'atura i es mou una mica l'altre costat i així successivament.

Analitzat amb més detall quan els coeficients són diferents: l'escombra llisca cap a la dreta fins que N_2 és superior a N_1 , de fet, fins que $\mu_c N_2 = \mu_e N_1$ (o, encara millor, fins que $\mu_c N_2 > \mu_e N_1$ perquè l'escombra ha de frenar i parar-se). Quan l'escombra s'atura, la mà dreta passa a fregament estàtic, que serà clarament superior al fregament estàtic de la mà esquerra, i l'escombra es mou cap a l'esquerra (accelera un moment i després manté la velocitat constant) fins que el fenomen es repeteix.

Ara l'escombra llisca sobre la mà esquerra. N_1 va augmentant fins que arriba a ser superior a N_2 ... i així es va alternant de manera que el resultat és el moviment dreta-esquerra-dreta... que s'observa experimentalment.

Orientacions pel professorat

Alumnes als quals s'adreça l'experiència

- Alumnes d'ESO, batxillerat i també universitat, amb nivells d'aprofundiment diferents.

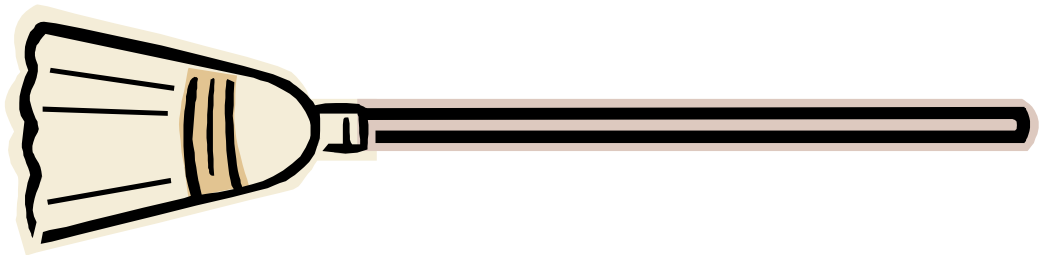
Metodologia

- Aquesta experiència està especialment indicada quan treballem el concepte de fricció (estàtica i cinètica). També és molt útil per explicar el concepte de composició de forces paral·leles.
- La realització d'aquesta experiència és molt ràpida (5 minuts?) però la discussió del resultat pot portar més estona, especialment si ens entretenim en l'explicació dels diferents tipus de fricció, en el dibuix de totes les forces que intervenen, en la variació de les seves magnituds...
- També és una experiència que, per la seva facilitat de realització, es pot posar com tasca individual incloent-hi la predicció, la posterior realització de l'esquema de les forces... Posteriorment a l'aula, plegats, podem fer-ne el comentari detallat.

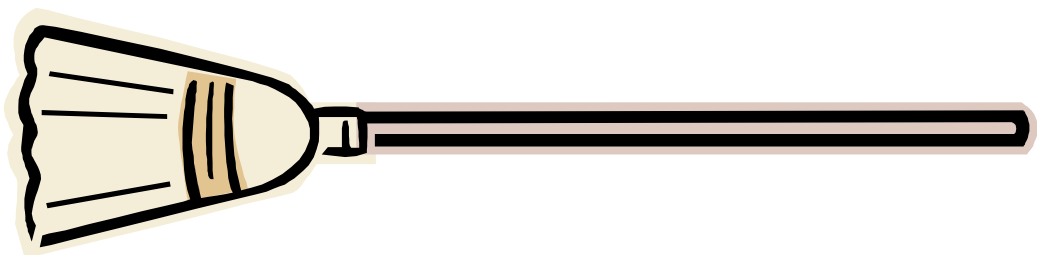
Full de l'alumnat

Qüestionari

- En el següent dibuix de l'escombra, suposant que estem en la situació inicial, representa totes les forces que actuen sobre ella. Recorda que els mòduls dels vectors dibuixats haurien de mantenir una certa proporció amb els valors de les forces.



- Quan l'escombra no llisca sobre una de les mans, està clar que hi ha una fricció estàtica; si N és la força que fa aquesta mà sobre l'escombra, el valor de la fricció estàtica serà $\mu_e \cdot N$? En cas afirmatiu, argumenta-ho i en cas contrari, quin serà el seu valor?
- La força que fa verticalment cada mà sobre l'escombra, es manté constant al llarg de tota l'experiència? En cas afirmatiu, argumenta-ho i, en cas contrari, explica amb detall com va variant i fins quin moment.
- Recordes la resultant de les forces paral·leles? Suposa que l'escombra té una massa d'un quilogram i que les dues mans les tenim separades un metre. El centre de massa de l'escombra està a 20 cm de la mà esquerra. Troba el pes de l'escombra i calcula la força que fa cada mà (recorda que pots fer-ho gràficament).
- Dibuixa ara totes les forces que actuen sobre l'escombra en l'instant en que les mans estan poc separades i a punt d'ajuntar-se.



- I per acabar, explica què passaria si realitzéssim l'experiència sense cap mena de fricció?

Solucions

- ☑ En el següent dibuix de l'escombra, suposant que estem en la situació inicial, representa totes les forces que actuen sobre ella. Recorda que els mòduls dels vectors dibuixats haurien de mantenir una certa proporció amb els valors de les forces.

El dibuix detallat el podem trobar a l'apartat Explicació. Pels alumnes (Situació 1).

- ☑ Quan l'escombra no llisca sobre una de les mans, està clar que hi ha una fricció estàtica; si N és la força que fa aquesta mà sobre l'escombra, el valor de la fricció estàtica serà $\mu_e \cdot N$? En cas afirmatiu, argumenta-ho i en cas contrari, quin serà el seu valor?

No, el valor $\mu_e \cdot N$ és el valor màxim de la fricció estàtica. El valor real de la fricció serà el mateix que la fricció cinètica que realitza l'altra mà (la que llisca) de manera que la suma de les forces sigui nul·la per tal que hi hagi un desplaçament de l'escombra amb velocitat constant.

- ☑ La força que fa verticalment cada mà sobre l'escombra, es manté constant al llarg de tota l'experiència? En cas afirmatiu, argumenta-ho i, en cas contrari, explica amb detall com va variant i fins quin moment.

No, les forces van variant. La mà que està prop del raspall realitza més força que l'altra, quan aquesta segona es desplaça va augmentant la força que realitza i disminueix la de la primera (recordant que la seva suma sempre és el pes de l'escombra). Arriba un moment en que les dues forces s'igualen a la meitat del pes de l'escombra i a partir d'aquest moment les forces ja no varien.

- ☑ Recordes la resultant de les forces paral·leles? Suposa que l'escombra té una massa d'un quilogram i que les dues mans les tenim separades un metre. El centre de massa de l'escombra està a 20 cm de la mà esquerra. Troba el pes de l'escombra i calcula la força que fa cada mà (recorda que pots fer-ho gràficament).

Aproximem el valor de la gravetat $g = 10 \text{ m/s}^2$

Pes de l'escombra = $m \cdot g = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ N}$

Les dues forces són 8 N i 2 N: la seva suma és el pes de l'escombra i compleixen que $8 \text{ N} \cdot 20 \text{ cm} = 2 \text{ N} \cdot 80 \text{ cm}$

- ☑ Per acabar, dibuixa totes les forces que actuen sobre l'escombra en l'instant en que les mans estan poc separades i a punt d'ajuntar-se.

El dibuix detallat el podem trobar a l'apartat Explicació. Pels alumnes (Situació 3).

- ☑ I per acabar, explica què passaria si realitzéssim l'experiència sense cap mena de fricció?

En aquesta situació, les úniques forces que actuen sobre l'escombra són el pes i les dues forces normals (P , N_1 i N_2), totes elles verticals per tant l'escombra no tindrà cap moviment horitzontal. És a dir, mentre belluguem les mans simultàniament cap el centre, l'escombra es quedarà quieta.

Això serà així fins que la mà esquerra arribi just a la posició del CMe, a partir d'aquest moment el pes originarà un moviment de rotació sobre la mà esquerra i l'escombra caurà. Per continuar mantenint l'equilibri i evitar el moviment de rotació la mà dreta hauria de realitzar una força N_2 en sentit cap a baix (que no la pot fer si la mà no agafa l'escombra).

Observa el dibuix següent:

