

Física moderna

Qüestions

1. En alguns metalls l'efecte fotoelèctric només té lloc amb llum ultraviolada, mentre que en d'altres té lloc amb llum visible. A què és degut aquest fet?

L'efecte fotoelèctric té lloc en els metalls quan la freqüència de la radiació incident supera un cert valor llindar. Aquest valor està relacionat amb el treball d'extracció dels electrons del metall, i té un valor diferent per a cada metall. Per tant, aquells metalls que tinguin un treball d'extracció petit presenten l'efecte fotoelèctric a partir de freqüències que pertanyen a la franja de l'espectre visible. Per contra, aquells metalls que tinguin un treball d'extracció gran no presentaran l'efecte fotoelèctric amb radiacions del visible, sinó només per a freqüències més grans, com per exemple, aquelles que corresponen a la franja de l'espectre corresponent a la radiació ultraviolada.

2. Quina diferència fonamental hi ha entre l'efecte fotoelèctric i l'efecte Compton?

L'efecte fotoelèctric consisteix en l'absorció total d'un fotó per part d'un electró que està lligat a un àtom. Per contra, l'efecte Compton consisteix en l'absorció parcial d'un fotó per part d'un electró lliure.

3. Per què en l'efecte fotoelèctric el corrent elèctric no és nul encara que ho sigui el potencial aplicat als elèctrodes?

Si l'energia dels fotons que incideixen sobre la superfície del metall supera el treball d'extracció d'aquest metall, alguns electrons poden escapar del metall, arribar a la placa metàl·lica contrària i tancar el circuit, donant un valor no nul, encara que molt petit, de corrent elèctric.

4. Suposem que una superfície metàl·lica emet fotoelectrons quan s'il·lumina amb llum groga, però que no ho fa quan s'il·lumina amb llum taronja. Hi haurà efecte fotoelèctric en il·luminar la superfície amb llum verda? I amb llum vermella?

D'acord amb la taula 9.1 de la pàgina 303 del llibre, podem ordenar els colors esmentats en ordre creixent de freqüències: vermell, taronja, groc i verd. Si l'efecte fotoelèctric té lloc en aquest metall amb llum groga, però no taronja, deduïm que la freqüència llindar es dona pel color groc. Per tant, l'efecte fotoelèctric tindrà lloc amb llum verda, ja que aquesta té una freqüència més gran que la llum groga. Per contra, l'efecte fotoelèctric no tindrà lloc amb llum vermella, ja que aquesta té una freqüència més petita que la llum groga.

5. Quin significat té la frase «els fotons són partícules de massa en repòs nul·la»?

Aquesta afirmació no vol dir que els fotons no tinguin massa, simplement vol dir que el fotó no pot estar mai en repòs i sempre es mou a la velocitat de la llum c . Tenint en compte l'expressió de la

massa en funció de la velocitat, $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, hem de concloure que, si un fotó pogués ro-

mandre en repòs, hauria de tenir una massa no nul·la, ja que, en cas contrari, de l'expressió anterior es deduiria que la seva massa seria infinita, en ser la velocitat del fotó igual a la velocitat de la llum: $v = c$.

6. El concepte d'òrbita per als electrons lligats a un àtom no té sentit dins de la mecànica quàntica. Per què?

D'acord amb la mecànica quàntica, qualsevol partícula participa de la doble dualitat ona-corpúscle. Quan l'electró està lligat a un àtom, podem considerar que té associada una ona que, recordem-ho, representa una certa deslocalització del moviment. Per tant, l'electró no té una trajectòria perfectament definida, ja que no es comporta en rigor com un corpúscle; i hem de concloure que el concepte d'òrbita tal com l'entenem, no té sentit. En aquestes situacions se sol parlar d'orbital de l'electró, entenent-lo com aquella ona que acompanya l'electró i que està restringida a la regió de l'espai al voltant del nucli on hi ha una certa probabilitat que es trobi l'electró.

7. Les partícules α són nuclis d'heli i, per tant, consisteixen en una partícula formada per dos protons i dos electrons; suposeu que una d'aquestes partícules s'accelera, juntament amb un protó, a través de la mateixa diferència de potencial. Quina és la relació entre les seves longituds d'ona?

Anomenem m_p la massa del protó p^+ . Recordem que el neutró té aproximadament la mateixa massa que el protó i que una partícula α consisteix en una partícula formada per dos protons i dos neutrons. Per tant, la massa m_α d'una partícula α és $m_\alpha = 4 m_p$, mentre que la càrrega d'un protó és e i la d'una partícula α és $2e$, ja que el neutró no té càrrega. Si ambdues partícules s'acceleren a través de la mateixa diferència de potencial v , que suposem constant, podem establir, aplicant el principi de conservació de l'energia:

$$p^+: eV = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2 eV}{m_p}}$$

$$\alpha: 2 eV = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2} 4 m_p v_\alpha^2 = 2 m_p v_\alpha^2 \rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{eV}{m_p}}$$

Per calcular la relació entre les longituds d'ona d'ambdues partícules, recordem primer la relació entre aquesta magnitud i la velocitat, $\lambda = \frac{h}{mv}$. Així, podem establir:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_p &= \frac{h}{m_p v_p} = \frac{h}{m_p \sqrt{\frac{2 eV}{m_p}}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2 eV}{m_p}}} \\ \lambda_\alpha &= \frac{h}{m_\alpha v_\alpha} = \frac{h}{4 m_p \sqrt{\frac{eV}{m_p}}} = \frac{h}{4 \sqrt{\frac{eV}{m_p}}} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{\frac{h}{\sqrt{\frac{2 eV}{m_p}}}}{\frac{h}{4 \sqrt{\frac{eV}{m_p}}}} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{4}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = 2\sqrt{2}$$

8. Escriu el principi d'incertesa per a les magnituds conjugades x , p , i demostreu, multiplicant i dividint pel terme $\frac{\Delta p}{2m}$, que les magnituds conjugades E , t també el verifiquen.

En primer lloc, fixem-nos que l'energia cinètica es pot expressar en funció de la quantitat de moviment:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \Delta E = \frac{\Delta p^2}{2m}$$

Per tant, si partim de l'expressió que estableix el principi d'incertesa i multipliquem, i dividim pel terme $\frac{\Delta p}{2m}$ per fer aparèixer el terme ΔE , tenim que:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta x \Delta p \frac{\Delta p}{2m} \cdot \frac{2m}{\Delta p} \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \frac{\Delta p^2}{2m} \cdot \frac{2m \Delta x}{\Delta p} \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\Delta p^2}{2m} \cdot \frac{\Delta x}{\frac{\Delta p}{2m}} \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E \cdot \frac{\Delta x}{\Delta v} \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

Per tant, deduïm que les magnituds energia i temps també verifiquen el principi d'incertesa.

- 9. En quin sentit diem que la física moderna no és mecanicista, mentre que la física clàssica sí que ho és? En quin sentit diem que la física clàssica és determinista, mentre que la física moderna no ho és?**

La física moderna no és mecanicista en el sentit que les lleis de la mecànica de Newton no són aplicables a les situacions que estudia aquella, com, per exemple, les partícules elementals com l'elctró i els protons. En canvi, la física clàssica sí que és mecanicista, ja que es basa en les lleis de Newton i només s'aplica a escala macroscòpica, encara que no sempre. La física clàssica és determinista en el sentit que el moviment de qualsevol cos es pot estudiar sempre descrivint-lo en termes d'una trajectòria perfectament definida que permet determinar exactament la posició del cos en tot moment. En canvi, i admetent que qualsevol cos presenta una dualitat ona-corpuscle, la física moderna no permet determinar amb total exactitud la posició d'un cos, ja que l'ona associada al cos introdueix una certa deslocalització de la posició; aquesta propietat de la matèria queda reflectida en el principi d'incertesa de Heisenberg, però només es fa patent a escala microscòpica.

- 10. Per què segons la teoria de la relativitat el temps no és absolut, sinó que depèn del sistema de referència? Quines conseqüències té aquest fet?**

Segons la teoria de la relativitat, el temps no és una magnitud absoluta. Això vol dir que l'interval de temps que hi ha entre dos successos determinats té una durada diferent quan s'observa des de diversos sistemes de referència que estiguin en moviment relatiu.

Aquest fet és una conseqüència del segon postulat de la relativitat restringida, que afirma que tot observador mesura el mateix valor de la velocitat de la llum. Recordem que la noció que teniu de temps, i que es posa en evidència amb la manera en què el mesurem, ve donada per la durada d'algun esdeveniment determinat (per exemple, pel període d'oscil·lació d'un pèndol, com ho fa un rellotge clàssic, o d'un cristall de quars, com ho fa un rellotge digital). La invariança de la velocitat de la llum ens porta a concloure que el temps no pot ser considerat com a invariant i absolut, sinó que, tal com també passa amb les mesures de les coordenades espacials, depèn del sistema de referència.

Problemes

- 1. Es defineix el potencial d'ionització d'un element com l'energia que ha d'absorbir l'elctró de l'últim nivell d'un àtom de l'element per escapar-ne. Calculeu quina ha de ser la freqüència i la longitud d'ona dels fotons que poden ionitzar els elements següents:**

Expressem les energies en J i apliquem l'expressió de Planck:

- a) Rubidi, de potencial d'ionització 4,18 eV.**

$$E_1 = 4,18 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 6,688 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = hf \rightarrow f_1 = \frac{E}{h} = \frac{6,688 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,01 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,01 \cdot 10^{15}} = 2,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

b) Fluor, de potencial d'ionització 17,42 eV.

$$E_2 = 17,42 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2,787 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$f_2 = \frac{2,787 \cdot 10^{-18}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 4,21 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{4,21 \cdot 10^{15}} = 7,12 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

c) Carboni, de potencial d'ionització 11,26 eV.

$$E_3 = 11,26 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1,8016 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$f_3 = \frac{1,8016 \cdot 10^{-18}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 2,72 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\lambda_3 = \frac{3 \cdot 10^8}{2,72 \cdot 10^{15}} = 1,10 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

- 2. En una cèl·lula fotoelèctrica il·luminem el càtode amb llum verda, de longitud d'ona 5500 Å, i s'origina un corrent elèctric. Calculeu el treball d'extracció de l'electró i la seva velocitat màxima, sabent que el corrent es deté quan el potencial invers és de 0,95 V, i que la massa de l'electró és de $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.**

En primer lloc determinem la velocitat màxima v :

$$V_0 = 0,95 \text{ V} \rightarrow E_c = e V_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,95 = 1,52 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Com que } m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \rightarrow E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} \rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,52 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 5,78 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$\text{D'altra banda, } \lambda = 5500 \text{ Å} \cdot \frac{10^{-10}}{1 \text{ Å}} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m, i}$$

$$\left. \begin{array}{l} W_0 = h f_0 \\ h f - h f_0 = E_c \end{array} \right\} W_0 = h f - E_c = h \frac{c}{\lambda} - E_c \rightarrow$$

$$W_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} - 1,52 \cdot 10^{-19} = 2,09 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- 3. El treball d'extracció per al sodi és de 2,5 eV. Calculeu la freqüència llindar i la longitud d'ona corresponent.**

$$W_0 = 2,5 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = hf_0 \rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 6,04 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{6,04 \cdot 10^{14}} = 4,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

4. L'efecte fotoelèctric amb llum groga, $\lambda = 5900 \text{ Å}$, deixa de tenir lloc quan la tensió del generador val $-1,5 \text{ V}$. Calculeu:

- a) L'energia cinètica màxima dels fotoelectrons.

$$V_0 = 1,5 \text{ V} \rightarrow E_c = eV_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 = 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,5 \text{ eV}$$

- b) La freqüència llindar.

$$hf - hf_0 = E_c \rightarrow f_0 = f - \frac{E_c}{h} \rightarrow f_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{E_c}{h}$$

Com que $\lambda = 5900 \text{ Å} = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, tenim:

$$f_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,9 \cdot 10^{-7}} - \frac{2,4 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,46 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

- c) El treball d'extracció.

$$W_0 = hf_0 \rightarrow W_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 1,46 \cdot 10^{14} = 9,66 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,6 \text{ eV}$$

5. El feix d'un làser de 5 mW s'utilitza per produir efecte fotoelèctric en un elèctrode de potassi, metall que té una energia d'extracció de 2 eV . Si el làser emet radiació amb una longitud d'ona de 5970 Å , calculeu:

Expressem les dades en unitats del SI:

$$p = 5 \text{ mW} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$\lambda = 5970 \text{ Å} = 5,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

- a) El nombre de fotons que emet el làser en un segon.

Calculeu l'energia total emesa pel làser en 1 s :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta t = 1 \text{ s} \\ P = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W} \end{array} \right\} E = P \Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Amb l'expressió de Planck, $E_1 = hf$, calculem el nombre de fotons n tenint en compte que l'energia del conjunt ha de ser E_T :

$$E = nE_1 \rightarrow E = nhf = nh \frac{c}{\lambda} \rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} \rightarrow n = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 5,97 \cdot 10^{-7}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,50 \cdot 10^{16}$$

- b) La velocitat màxima dels fotoelectrons.

$$W_0 = 2 \text{ eV} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = hf - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$E_c = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5,97 \cdot 10^{-7}} - 3,2 \cdot 10^{-19} = 1,27 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,27 \cdot 10^{-20}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

6. La superfície d'un metall ha estat il·luminada amb llum de longituds d'ona diferents, i s'han mesurat els potencials de frenada corresponents. Els resultats obtinguts han estat els següents:

λ ($\cdot 10^{-7}$ m)	3,71	4,21	4,80	5,16	5,54
V_0 (V)	1,43	1,13	0,66	0,49	0,34

Representeu gràficament els potencials de frenada en front de les freqüències i calculeu:

En primer lloc, calculem les freqüències f corresponents a cada longitud d'ona: $f = \frac{c}{\lambda}$.

$$\lambda_1 = 3,71 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{3,71 \cdot 10^{-7}} = 8,09 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

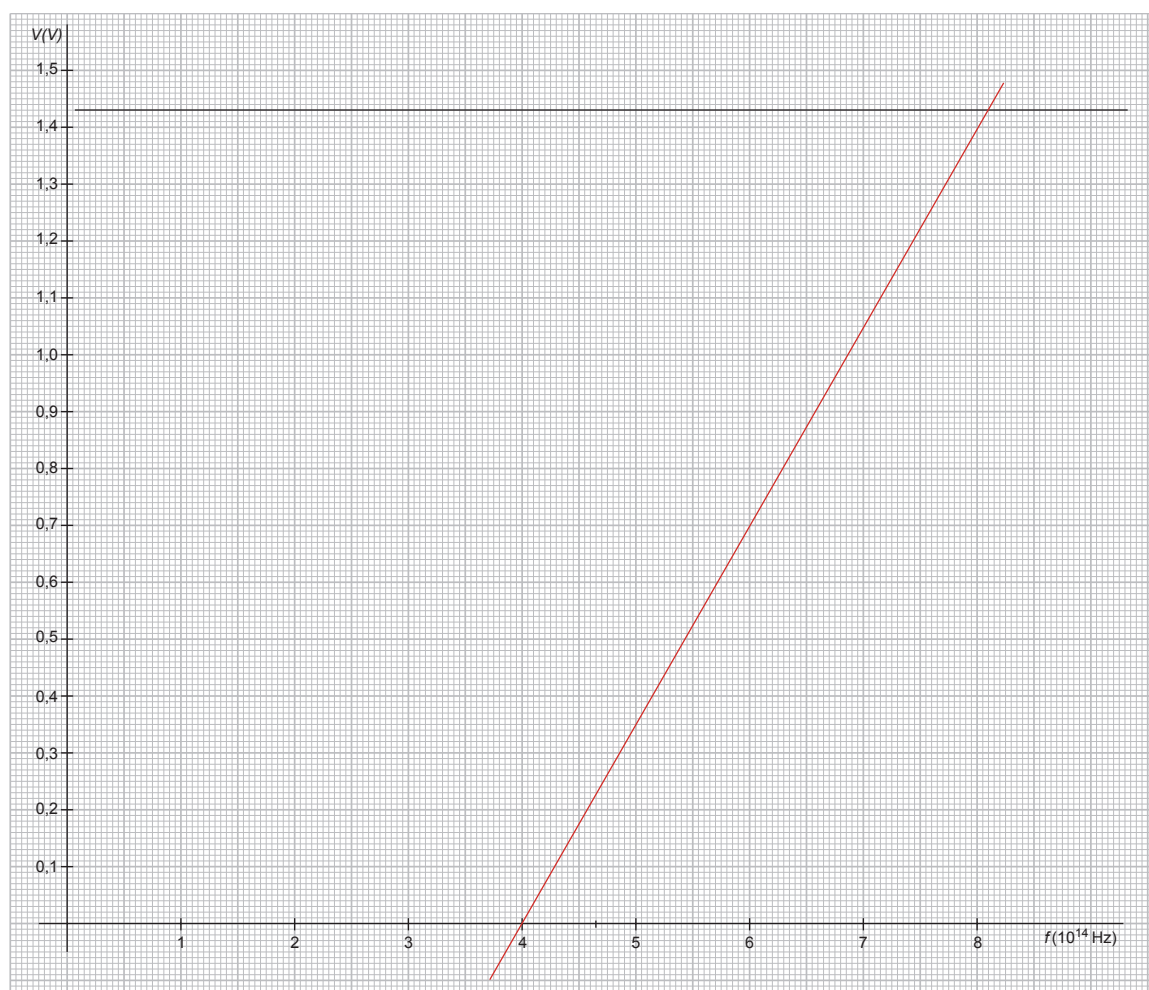
$$\lambda_2 = 4,21 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{4,21 \cdot 10^{-7}} = 7,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_3 = 4,80 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_3 = \frac{3 \cdot 10^8}{4,80 \cdot 10^{-7}} = 6,25 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_4 = 5,16 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_4 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,16 \cdot 10^{-7}} = 5,81 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_5 = 5,54 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_5 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,54 \cdot 10^{-7}} = 5,42 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

A continuació, representem v_0 en front de f :



a) La freqüència llindar.

La freqüència llindar f_0 és el punt de tall de la recta anterior amb l'eix X (eix de les f). Del gràfic anterior, deduïm que $f_0 = 4,65 \cdot 10^{14}$ Hz.

b) L'energia mínima necessària per arrencar un electró.

$$E_0 = hf_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 4,65 \cdot 10^{14} = 3,0783 \cdot 10^{-19} = 1,924 \text{ eV}$$

c) El quocient $\frac{h}{e}$.

El pendent de la recta és el terme $\frac{h}{e}$, que calculat sobre la gràfica dóna un valor de:

$$\frac{h}{e} = 4,08 \cdot 10^{-15} \text{ J}\cdot\text{s/C}$$

7. L'efecte Compton s'observa quan fem incidir un feix de raigs X de longitud d'ona $2,5 \cdot 10^{-10}$ m. Si la radiació incident es difon amb un angle de 45° , determineu:

a) La longitud d'ona i l'energia dels fotons difosos.

En primer lloc apliquem l'expressió de Compton tenint en compte les dades que es donen i la longitud d'ona Compton:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ \theta = 45^\circ \\ \lambda_c = 2,4262 \cdot 10^{-12} \text{ m} \end{array} \right\} \lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda' = 2,5 \cdot 10^{-10} + 2,4262 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 45^\circ)$$

$$\lambda' = 2,51 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Ara apliquem l'expressió de Planck:

$$E' = hf' = h \frac{c}{\lambda'} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{2,51 \cdot 10^{-10}} = 7,92 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

$$7,92 \cdot 10^{-16} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,95 \cdot 10^3 \text{ eV} \rightarrow$$

$$E' = 4,95 \cdot 10^3 \text{ eV}$$

b) L'energia cinètica dels electrons que han xocat amb un fotó.

$$E_c = E - E' = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda'} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right)$$

$$E_c = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \left(\frac{1}{2,5 \cdot 10^{-10}} - \frac{1}{2,51 \cdot 10^{-10}} \right) = 3,16 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_c = 3,16 \cdot 10^{-18} \text{ J} \cdot \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 19,78 \text{ eV}$$

8. La radiació X que incideix sobre una mostra que conté carboni es difon per efecte Compton, de manera que surt en una direcció perpendicular a la direcció de la radiació incident. Si l'energia dels fotons incidents és de $2,4 \cdot 10^3$ eV, calculeu:

Apliquem l'expressió de Compton:

$$\theta = 90^\circ$$

$$E = 2,4 \cdot 10^3 \text{ eV} = 3,84 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

- a) L'energia i la longitud d'ona de la radiació difosa.

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta) = \frac{hc}{E} + \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda' = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,84 \cdot 10^{-16}} + 2,4262 \cdot 10^{-12} \cdot (1 - \cos 90^\circ) = 5,20 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$E' = h \frac{c}{\lambda'} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5,20 \cdot 10^{-10}} = 3,82 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

- b) La velocitat dels electrons.

$$E_c = E - E' = 3,84 \cdot 10^{-16} - 3,82 \cdot 10^{-16} \text{ J} = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-18}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

9. Calculeu la longitud d'ona associada als següents cossos en moviment:

Apliquem en tots els casos l'expressió de De Broglie.

- a) Un automòbil de 300 kg de massa que va a una velocitat de 120 km/h.

$$\left. \begin{array}{l} m = 300 \text{ kg} \\ v = 120 \text{ km/h} = 33,3 \text{ m/s} \end{array} \right\} \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{300 \cdot 33,3} = 6,31 \cdot 10^{-38} \text{ m}$$

- b) La bala d'un fusell, de 15 g de massa, quan surt d'aquest a una velocitat de 250 m/s.

$$\left. \begin{array}{l} m = 15 \text{ g} = 0,015 \text{ kg} \\ v = 250 \text{ m/s} \end{array} \right\} \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{0,015 \cdot 250} = 1,76 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

- c) Un electró que es mou a una velocitat de 0,5 c.

$$\left. \begin{array}{l} m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ v = 0,5 c \end{array} \right\} \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 0,5 \cdot 3 \cdot 10^8} = 4,84 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

10. Podem considerar que la velocitat mitjana dels electrons que es mouen per dintre d'un conductor metàl·lic val aproximadament 10^{-4} m/s, encara que aquest valor depengui de la intensitat de corrent i del tipus de conductor. Quina longitud d'ona tenen els electrons a aquesta velocitat?

$$\left. \begin{array}{l} v = 10^{-4} \text{ m/s} \\ m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{array} \right\} \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = 7,27 \text{ m}$$

- 11.** Hem mesurat l'interval d'incertesa de la velocitat d'una bala de fusell i d'un electró, i en ambdós casos hem obtingut el mateix valor de $5 \cdot 10^{23}$ m/s. Quin és l'interval d'incertesa de la posició en ambdós casos, tenint en compte que la massa de la bala és de 12 g, mentre que la massa de l'electró és de $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg?

$$\Delta x \Delta p = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{2\pi \Delta p} = \frac{h}{2\pi m \Delta v}$$

Bala:

$$\Delta v = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} ; m = 12 \text{ g} = 0,012 \text{ kg}$$

$$\Delta x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 0,012 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 1,76 \cdot 10^{-30} \text{ m}$$

Electró:

$$\Delta v = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} ; m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\Delta x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

- 12.** Un electró és a l'interior d'una esfera buida de radi 2 cm. Si no es coneix la seva posició exacta:

$$R = \Delta x = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

- a)** Quina és la mínima incertesa en la seva velocitat?

$$\Delta x \Delta p = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta x m \Delta v = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta v = \frac{h}{2\pi m \Delta x}$$

$$\Delta v = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 5,78 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

- b)** Quina és la mínima incertesa en la seva energia si la incertesa en l'interval de temps és de 3 ms?

$$\Delta t = 3 \text{ ms} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Delta E \Delta t = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E = \frac{h}{2\pi \Delta t} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 3,51 \cdot 10^{-32} \text{ J}$$

- c)** Quines conclusions extraïem dels resultats anteriors?

Deduïm que la incertesa en la velocitat és relativament gran, per la qual cosa la velocitat està força indefinida. Per contra, la incertesa en l'energia és petitíssima, pràcticament nul·la, i, així, el valor de l'energia es pot conèixer amb total exactitud.

- 13.** Els mesons pi (o pions) són partícules elementals originades en alguns processos nuclears i es desintegren ràpidament en altres partícules. Una d'aquestes partícules triga $2 \cdot 10^{-8}$ s a desintegrar-se quan s'observa des d'un sistema en el qual la partícula està en repòs. Quan triga a desintegrar-se quan s'observa des d'un sistema en el qual el mesó viatja a una velocitat de $\frac{3c}{5}$?

En el sistema S respecte del qual el pió està en repòs, aquest triga a desintegrar-se un temps de $t = 2 \cdot 10^{-8}$ s.

Per calcular el temps t' que triga a desintegrar-se el pió quan s'observa des del sistema S' que es mou a velocitat $v = \frac{3c}{5}$, apliquem la transformació de Lorentz per al temps:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t}{\sqrt{1 - \left(\frac{3c}{5}\right)^2}} = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{1 - \frac{9}{25}}} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

- 14. Si poguéssim observar el rellotge d'una nau espacial que viatges a una velocitat de $0,6 c$, tindríem la impressió que s'alenteix. Quan triga el rellotge de la nau a marcar un segon vist des del nostre sistema de referència?**

Apliquem la transformació de Lorentz per al temps:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,6 c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,36}} = 1,25 \text{ s}$$

- 15. Un astronauta marxa a l'espai l'endemà del dia de l'aniversari del seu fill, que ha fet dos anys. Després de tres anys de viatge per l'espai, mesurats respecte del sistema de referència de l'astronauta, torna a la Terra el dia que el seu fill fa deu anys. A quina velocitat mitjana ha estat viatjant l'astronauta?**

Amb les dades que es donen, tenim que:

$$t = 3 \text{ anys (temps propi de l'astronauta)}$$

$$t' = 10 \text{ anys} - 2 \text{ anys} = 8 \text{ anys}$$

Per tant:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 8 = \frac{3}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{3}{8} \rightarrow \\ &\rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{3}{8}\right)^2 \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{3}{8}\right)^2 \rightarrow v^2 = c^2 \left(1 - \frac{9}{64}\right) \rightarrow v = 0,927 c \end{aligned}$$

- 16. Una nau espacial, de longitud pròpia 25 m, passa ràpidament per sobre d'una estació espacial en òrbita al voltant de la Terra. Si considerem l'estació en repòs i la nau passa a una velocitat de $0,45 c$ respecte d'aquesta, quina longitud mesura un astronauta que està dins de l'estació?**

Apliquem l'expressió de Lorentz per a la contracció de la longitud:

$$\left. \begin{array}{l} l_0 = 25 \text{ m (longitud pròpia)} \\ v = 0,45 c \end{array} \right\} l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 25 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,45 c)^2}{c^2}} = 22,32 \text{ m}$$

- 17. Quina és la massa d'un protó que és accelerat en un sincrotró fins a assolir una energia de 25 MeV, si la seva massa en repòs és d' $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$?**

Apliquem l'expressió d'Einstein d'equivalència entre la massa i l'energia:

$$E_c = 25 \text{ MeV} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$m_0 = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_c = mc^2 - m_0 c^2 \rightarrow mc^2 = E_c + m_0 c^2 \rightarrow m = \frac{E_c}{c^2} + m_0 \rightarrow$$

$$\rightarrow m = \frac{4 \cdot 10^{-12}}{(3 \cdot 10^8)^2} + 1,7 \cdot 10^{-27} = 1,74 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

- 18. Un protó en repòs es desintegra amb un antiprotó i donen lloc a dos fotons idèntics. Determineu les energies dels fotons i les seves freqüències i longituds d'ona tenint en compte que tota la massa de les partícules inicials es converteix en energia.**

Dada: la massa del protó és igual que la de l'antiprotó, de valor $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Tota la massa de les dues partícules inicials, $2m$, es converteix íntegrament en energia dels 2 fotons. Per tant, com que aquests són idèntics, tenim que:

$$2E = (2m)c^2 \rightarrow E = mc^2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Per calcular la freqüència de cada fotó, apliquem l'expressió de Planck:

$$E = hf \rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{1,503 \cdot 10^{-10}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 2,2704 \cdot 10^{23} \text{ Hz}$$

Finalment, calculem λ :

$$c = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,2704 \cdot 10^{23}} = 1,3214 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Aquests fotons pertanyen a la zona de l'espectre corresponent als raigs γ .

*McGraw-Hill Interamericana
de España, S. A. U.*

A Subsidiary of The McGraw-Hill Companies



ISBN: 84-481-2154-6