

CORRENT CONTINU

La llei d'ohm
Les lleis de Kirchoff

1

Per Roger Mauricio Grañó

El corrent elèctric

Conductor elèctric: Cos metàl·lic els seus àtoms del qual s'uneixen entre si formant una estructura espacial regular espacial (estructura cristal·lina). Els electrons de l'enllaç metàl·lic entre àtoms poden moure's lliurement sota l'acció d'un camp elèctric. Aquest moviment dels electrons rep el nom de **corrent elèctric**.

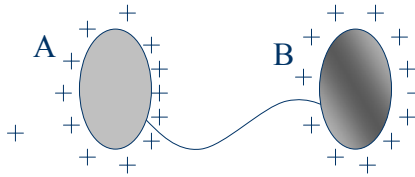
Els electrons en un conductor es poden moure de diverses maneres de manera que parlem de diferents tipus de corrents.

1. Corrent transitori
2. Corrent altern.
3. Corrent continu.

2

Per Roger Mauricio Grañó

Generadors

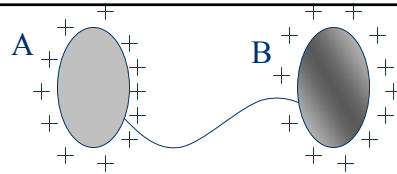


Considerem dos conductors A i B, en equilibri estàtic i aïllats entre si. Si unim els dos conductors amb un fil metàl·lic poden succeir diferents coses.

1. Que les càrregues de les superfícies de cada conductor no es moguin.
2. Que les càrregues de les superfícies d'un dels conductor es desplacin cap a l'altra.

3

Per Roger Mauricio Grañó



1. *Que les càrregues de les superfícies de cada conductor no es moguin.*

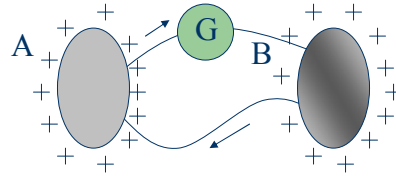
La situació 1 ocorre quan el potencial elèctric dels dos conductors és el mateix. Les càrregues de la seva superfície tenen totes la mateixa energia potencial ($U = Q \cdot V$) i per tant no tendiran a moure's cap enlloc.

2. *Que les càrregues de les superfícies d'un dels conductor es desplacin cap a l'altra.*

La situació 2 ocorre quan un dels conductors presenta un potencial menor que l'altra. Com que hi haurà càrregues amb una energia potencial major, aquestes tendiran a moure's cap a on la seva energia potencial disminueixi. **Aquest moviment s'acabarà quan els potencials de cada un dels conductors s'iguali.**

4

Com mantindrem el moviment de les càrregues a través del fil?



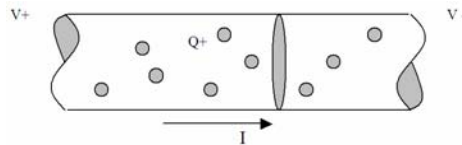
Per aconseguir un corrent continu, ens caldrà **mantenir la diferència de potencial entre conductors constant**. D'aquesta manera les càrregues sempre cauran cap el conductor, on tinguin menys energia potencial. Per això connectarem **un generador** entre els conductors.

5

Per Roger Mauricio Grañó

Intensitat del corrent

Considereu un tros de fil com el de la figura.



Les càrregues elèctriques positives es mouen des del potencial més alt fins el més baix. Considereu una secció S perpendicular al fil. Definim intensitat del corrent elèctric com la quantitat de càrrega positiva que travessa la secció S per unitat del temps.

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

Unitats:

$$[I] = \frac{1C}{1s} = 1A$$

6

Per Roger Mauricio Grañó

El sentit de la intensitat del corrent sempre és del potencial alt al potencial baix, o el que és el mateix el sentit del moviment de les càrregues elèctriques positives.

Quan es descobreix que les càrregues responsables del corrent elèctric no són positives sinó negatives (els electrons lliures que formen els enllaços metàl·lics), trobem que els electrons es mouen del potencial baix a l'alt, és a dir a l'inrevés del corrent elèctric.

Aleshores es defineix el sentit de la intensitat en sentit contrari dels electrons portadors de càrrega.

Resistències

Considerem el fil que uneix els dos conductors. Les càrregues no es mouen lliurement sinó que troben una oposició a aquest moviment.

Aquesta dificultat al desplaçament ve donada per:

1. La separació interatòmica dels àtoms que formen el metall.
(Forces elèctriques repulsives entre electrons).
2. Els xocs que realitzen les mateixes càrregues amb els àtoms.
3. La longitud del fil i la seva secció.

Fixeu-vos que les dues primeres depenen del tipus de material del qual està fet el fil. La tercera depèn de la geometria del fil.

Aquesta oposició al moviment de les càrregues rep el nom de **resistència elèctrica**. El valor de la resistència ve donada per:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

on ρ és la resistivitat ($\Omega \cdot m$) que caracteritza el material del fil, l és la longitud del fil (m) i S és la secció del fil (m^2).

Unitats:

$$[R] = [\rho] \frac{[l]}{[S]} = (1 \Omega \cdot m) \frac{m}{m^2} = 1\Omega \quad (\text{Ohm})$$

La llei d'Ohm

George Simon Ohm va establir l'any 1827, la relació entre la intensitat (**I**), la resistència (**R**) i la tensió subministrada a R (**V**). Ohm va observar que la intensitat i la tensió del generador són proporcionals, es a dir quan una es multiplica per un factor l'altra també. Per altra banda la intensitat i la resistència són inversament proporcionals, és a dir quan una augmenta l'altra disminueix.

L'expressió que ens mostra aquest comportament és:

$$V = I \cdot R$$

Associació de resistències

Les resistències es poden associar de dues formes diferents:

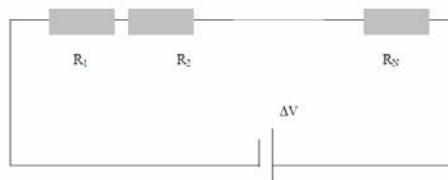
1. L'associació en sèrie.
2. L'associació en paral·lel o derivació.

11

Per Roger Mauricio Grañó

Associació en sèrie

Diem que N resistències estan en sèrie si la intensitat que circulen per elles és la mateixa i que la suma de les tensions individuals és la tensió de la pila.



La definició la podem rescriure a través de les següents relacions:

$$\Delta V = V_1 + V_2 + \dots + V_N$$
$$I_1 = I_2 = \dots = I_N = I$$

Substituint la llei d'Ohm a cada resistència, ens quedarà:

$$\Delta V = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots + I \cdot R_N$$

12

Per Roger Mauricio Grañó

Treient factor comú I , ens quedarà:

$$\Delta V = I \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_N)$$

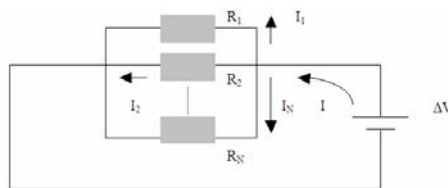
$$\Delta V = I \cdot R_{eq}$$

Diem que la resistència equivalent d' N resistències en sèrie:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

Associació en paral·lel o derivació

Diem que N resistències estan en paral·lel si la caiguda de tensió a cada una d'elles és idèntica i que la suma de les intensitats que passa per cada una d'elles és igual a la intensitat que passa per la pila.



Podem expressar la definició anterior amb equacions:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$
$$\Delta V = V_1 = V_2 = \dots = V_N$$

Si apliquem la llei d'Ohm:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$
$$\Delta V/R_{eq} = V_1/R_1 + V_2/R_2 + \dots + V_N/R_N$$

Simplificant ens queda:

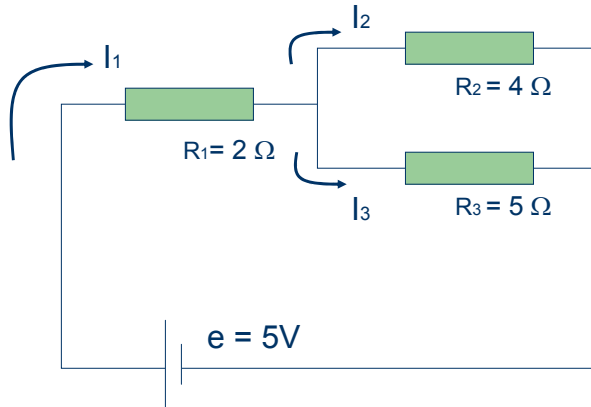
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Resolució de circuits elèctrics

- Resoldre un circuit vol dir determinar el valor de les intensitats circulen per cada una de les resistències del circuit. Per fer això podem :
- Aplicar **la llei d'Ohm** a cada una de les resistències del circuit només quan el circuit tingui una sola pila, o quan poguem substituir les piles per una de sola.
- Aplicant **les lleis de Kirchoff** quan no puguem aplicar el procediment anterior. En circuits amb una sola pila també es poden aplicar les lleis de Kirchoff.

APLICACIÓ DE LA LLEI D'OHM.

Trobeu el valor dels corrents que circulen per cada resistència

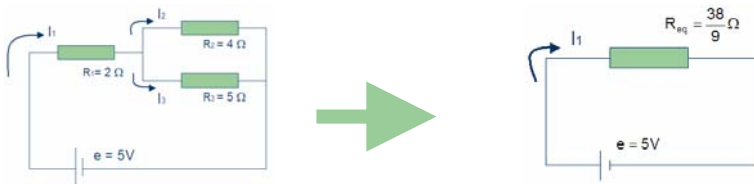


17

Per Roger Mauricio Grañó

1. Buscarem la resistència equivalent.

$$R_{eq} = R_1 + \left(\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right) = 2 + \frac{20}{9} = \frac{38}{9}\ \Omega$$

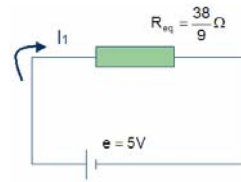


18

Per Roger Mauricio Grañó

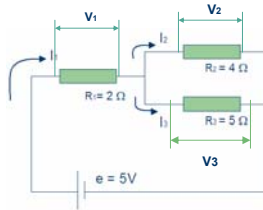
2. Buscarem la intensitat I_1 aplicant la llei d'Ohm

$$e = I_1 R_{eq} \Rightarrow 5 = I_1 \cdot \frac{38}{9} \Rightarrow I_1 = \frac{45}{38} \text{ A}$$



3. Aplicarem la llei d'Ohm per trobar V_1 .

$$V_1 = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = \frac{45}{38} \cdot 2 \Rightarrow V_1 = \frac{90}{38} \text{ V}$$



4. R_2 i R_3 tenen la mateixa tensió perquè estan en paral·lel. A la vegada estan en sèrie amb R_1 . Aleshores:

$$e = V_1 + V_2 \Rightarrow V_2 = e - V_1 = 5 - \frac{90}{38} = \frac{100}{38} \text{ V}$$

$$V_2 = V_3$$

Per Roger Mauricio Grañó

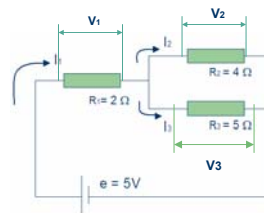
19

5. Ara aplicant novament la llei d'Ohm trobem els corrents que queden.

$$V_2 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow \frac{100}{38} = I_2 \cdot 4 \Rightarrow I_2 = \frac{25}{38} \text{ A}$$

$$V_3 = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow \frac{100}{38} = I_3 \cdot 5 \Rightarrow I_3 = \frac{20}{38} \text{ A}$$

6. Fixeu-vos que: $I_1 = I_2 + I_3$

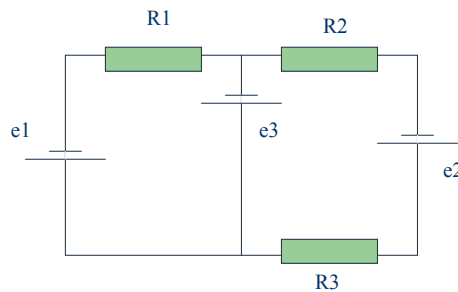


20

Per Roger Mauricio Grañó

Les lleis de Kirchoff

- S'apliquen quan el circuit presenta més d'una pila en diferents línies de corrent.



$$R1 = 3 \, \Omega$$

$$R2 = 5 \, \Omega$$

$$R3 = 4 \, \Omega$$

$$e1 = 15 \, \text{V}$$

$$e2 = 5 \, \text{V}$$

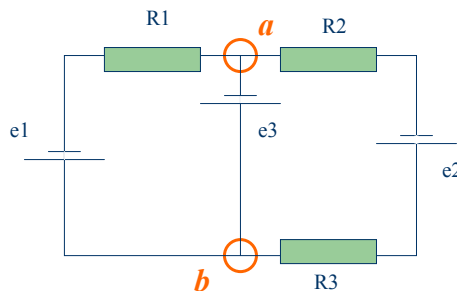
$$e3 = 10 \, \text{V}$$

21

Per Roger Mauricio Grañó

Definicions prèvies:

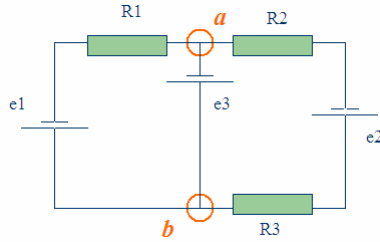
- **Nus**: Entenem per nus el punt on una branca es ramifica en dues o més branques.



22

Per Roger Mauricio Grañó

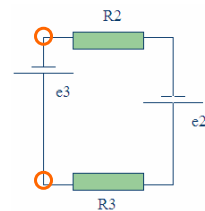
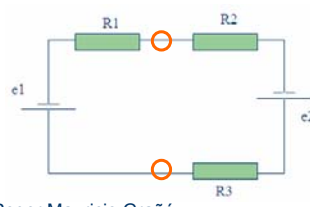
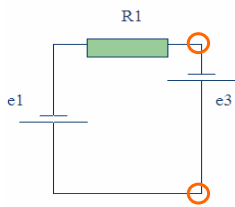
- **Malla d'un circuit:** Entenem per malla d'un circuit aquella part de circuit tancada de manera que per recorre-la no passarem dues vegades per un mateix punt.



Malla 1

Malla 2

Malla 3



23

Per Roger Mauricio Grañó

1ª llei de Kirchoff o llei dels nusos.

“La suma de les intensitats que entren en un nus és igual a la suma de les intensitats que en surten.”

$$\sum I_{\text{entrants}} = \sum I_{\text{sortints}}$$

2ª llei de Kirchoff o llei de les malles.

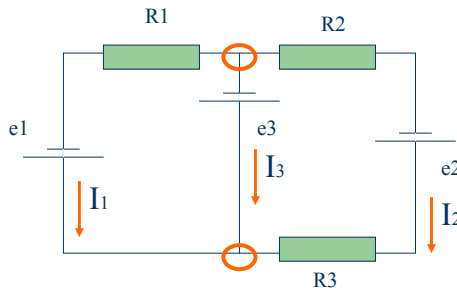
“En una malla la suma dels potencials de les piles ha de ser igual a la suma dels productes de les intensitats per les resistències.”

$$\sum \Delta V_{\text{pila}} = \sum I \cdot R$$

24

Per Roger Mauricio Grañó

Exemple:



$$R1 = 3 \Omega$$

$$R2 = 5 \Omega$$

$$R3 = 4 \Omega$$

$$e1 = 15 \text{ V}$$

$$e2 = 5 \text{ V}$$

$$e3 = 10 \text{ V}$$

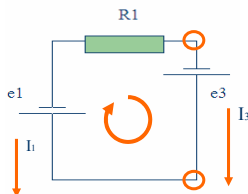
1. Marcar els corrents elèctrics. Un corrent per branca.
(direccions arbitràries)
2. Aplicar primera llei de Kirchoff.

$$\sum I_{\text{entrants}} = \sum I_{\text{sortints}} \longrightarrow 0 = I_1 + I_2 + I_3$$

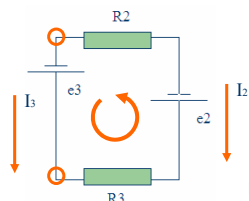
25

Per Roger Mauricio Grañó

3. Aplicar la segona llei de Kirchoff (prendre dues malles).
 - Prendrem un sentit de gir per recorre la malla (sentit arbitrari).
 - Si travessem les piles en el sentit $-+$ escriurem $+e$. En cas contrari $-e$.
 - Si en recorre la malla ens trobem una intensitat de front, escriurem $-I \cdot R$, en cas contrari $+I \cdot R$



$$-e_1 + e_3 = -I_1 \cdot R_1$$



$$-e_2 + e_3 = -I_2 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_3$$

26

Per Roger Mauricio Grañó

Ajuntem les tres igualtats i substituïm les dades:

$$0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$-e_1 + e_3 = -I_1 \cdot R_1$$

$$-15 + 10 = -I_1 \cdot 3$$

$$-e_2 + e_3 = -I_2 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_3$$

$$-5 + 10 = -I_2 \cdot 5 - I_2 \cdot 4$$

Resolem el sistema:

$$\begin{cases} 0 = I_1 + I_2 + I_3 \\ -15 + 10 = -I_1 \cdot 3 \\ -5 + 10 = -I_2 \cdot 5 - I_2 \cdot 4 \end{cases}$$

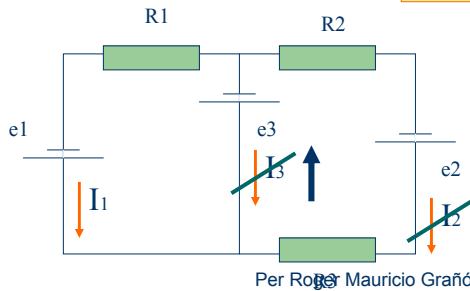


$$I_1 = \frac{5}{3} \text{ A}$$

$$I_2 = -\frac{5}{9} \text{ A}$$

$$I_3 = -\frac{10}{9} \text{ A}$$

Els corrents I_2 i I_3 van al revés



$$R_1 = 3 \Omega$$

$$R_2 = 5 \Omega$$

$$R_3 = 4 \Omega$$

$$e_1 = 15 \text{ V}$$

$$e_2 = 5 \text{ V}$$

$$e_3 = 10 \text{ V}$$

27

L'equació de l'energia.

En un circuit elèctric les piles subministren energia potencial elèctrica. La potència subministrada la podem expressar de la següent manera.

$$P = \frac{\Delta U}{t} = \frac{Q \cdot \Delta V}{t} = I \cdot \Delta V \text{ [W]}$$

Suposem el circuit següent. L'energia que subministra la pila s'inverteix en fer moure els electrons a través del circuit. Els electrons però, perden energia a les resistències i per tant l'energia de la pila es perd en forma de calor al passar els electrons per les resistències. El principi de conservació de l'energia en els circuits elèctrics es mostra a través de l'equació de l'energia.

$$P_{\text{SUBMINISTRADA}} = P_{\text{CONSUMIDA}}$$

$$\sum e_k \cdot I_k = \sum I_k \cdot \Delta V_k$$

28

Per Roger Mauricio Grañó

I si tenim en compte la llei d'Ohm, l'energia consumida ens quedarà:

$$\Delta V_k \cdot I_k = (I_k \cdot R_k) \cdot I_k = I_k^2 \cdot R_k$$

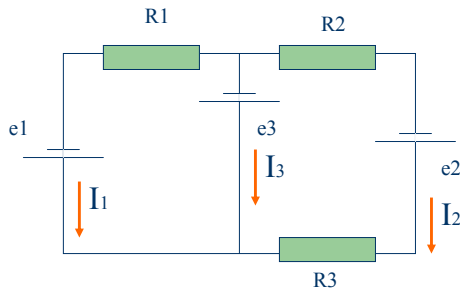
I l'equació de l'energia ens quedarà:

$$\sum e_k \cdot I_k = \sum I_k^2 \cdot R_k$$

29

Per Roger Mauricio Grañó

Exemple



$$R1 = 3 \Omega$$

$$R2 = 5 \Omega$$

$$R3 = 4 \Omega$$

$$e1 = 15 \text{ V}$$

$$e2 = 5 \text{ V}$$

$$e3 = 10 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{5}{3} \text{ A} \\ I_2 &= -\frac{5}{9} \text{ A} \\ I_3 &= -\frac{10}{9} \text{ A} \end{aligned}$$

$$\sum e_k \cdot I_k = \sum I_k^2 \cdot R_k$$

$$e_1 \cdot I_1 + e_2 \cdot I_2 + e_3 \cdot I_3 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3$$

$$15\text{V} \cdot \left(\frac{5}{3} \text{ A}\right) + 5\text{V} \cdot \left(-\frac{5}{9} \text{ A}\right) + 10\text{V} \cdot \left(-\frac{10}{9} \text{ A}\right) = \left(-\frac{5}{3} \text{ A}\right)^2 \cdot 3\Omega + \left(-\frac{5}{9} \text{ A}\right)^2 \cdot 5\Omega + \left(-\frac{5}{9} \text{ A}\right)^2 \cdot 4\Omega$$

$$\frac{100}{9} \text{ W} = \frac{100}{9} \text{ W}$$

30

Per Roger Mauricio Grañó