

Tema 3. Magnetisme.

El fenomen del magnetisme fou descobert fa uns 2000 anys pels grecs que observaren que serradures de ferro eren atretes per un determinat mineral anomenat **magnetita** (Fe_3O_4).

Aquest mineral és el què es coneix com imant natural. Actualment però a través de processos industrials es poden fabricar imants que tenen la mateixa propietat d'atreure els objectes de ferro. Aquesta propietat s'anomena **magnetisme**.

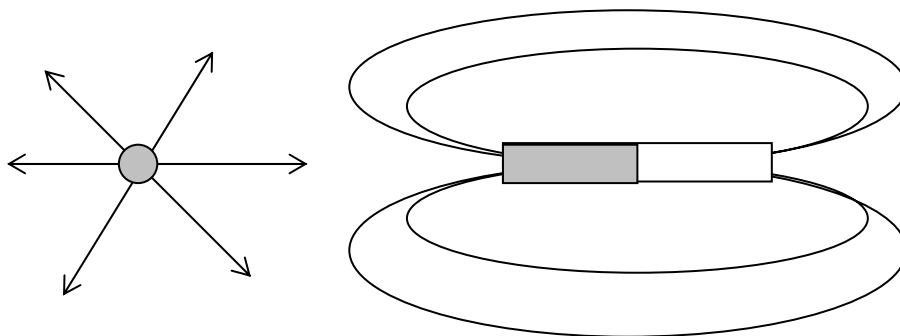
Un dels descobriments més importants de la ciència fou el fet que no només els imants eren capaços de crear efectes magnètics si no que un corrent elèctric a través d'un conductor també els podia crear. A partir d'aquest moment és quan neix l'**electromagnetisme**.

3.1. Imants. pol nord i pol sud.

Si pengem un imant pel seu centre de gravetat, observarem que aquest s'orienta d'una determinada manera, en qualsevol punt del planeta. Això és així perquè la Terra és comporta com un immens imant. L'orientació de l'imat penjat és en la direcció N-S geogràfica. Això suggereix que un imant està format per dos pols que anomenem pols nord i sud magnètics.

Una altra característica molt important és el fet que al trencar un imant per la meitat és impossible separar els dos pols de forma independent, sinó que es creen dos imants nous.

Comparant els imants amb les càrregues elèctriques observem que també creen a l'espai una pertorbació al voltant seu anomenada **camp magnètic** i ve representada per **B**, també anomenat **vector inducció magnètica**.



3.2. Força magnètica sobre una càrrega en moviment. Unitats del camp magnètic.

Una de les maneres de definir l'existència d'un camp **B** a l'espai és veure els efectes que provoca sobre una càrrega **q** que es mou per l'espai en el si del camp magnètic.

Considerem una càrrega **q** que es mou a velocitat constant en el si d'un camp **B** uniforme. L'efecte que apareix sobre la càrrega és una força perpendicular a **B** i a **v**.

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Característiques: **F** és perpendicular a **v** i a **B**.

Si $\mathbf{v}$ i $\mathbf{B}$ són perpendiculars llavors $\mathbf{F}$ és màxima.

Si $\mathbf{v}$ i $\mathbf{B}$ són paral·lels llavors $\mathbf{F}$ és nul·la.

Gràcies a l'aparició de la **força de Lorentz** es pot definir el camp magnètic $\mathbf{B}$ de la següent manera.

“Definim $B = 1$ T (tesla) com el camp necessari per tal que aparegui una força de 1 N sobre una càrrega $q = 1$ C que es mou amb $v = 1$ m/s perpendicular al camp $\mathbf{B}$.”

Exemple. Un protó penetra en el si d'un camp $\mathbf{B}$ de valor 10^5 T amb velocitat de 10^5 m/s. Trobeu el valor de la força que actua sobre el protó. Trobeu el radi de la trajectòria circular que descriurà el protó ($m_p = 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg).

3.3. Llei de Biot i Savart.

Segui un tros de fil petit pel qual circula un corrent elèctric d'intensitat I . Assenyalem per $d\mathbf{l}$ al vector infinitesimal paral·lel a la intensitat I . La intensitat que circula per l'element de corrent crearà un camp $d\mathbf{B}$ donat per l'expressió de la llei de **Biot-Savart**.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I(d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$$

- μ_0 és la permeabilitat magnètica en el buit i val $4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A².
- $\mathbf{r}$ és el vector posició des de l'element de fil fins el punt en qüestió.
- I és la intensitat de corrent elèctric.
- $d\mathbf{l}$ és el vector infinitesimal que ens indica l'element de fil.

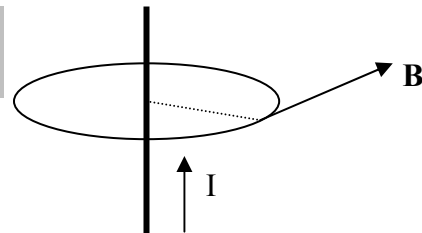
La llei de Biot-Savart permet calcular els camps magnètics creats per fils de geometria diversa. En aquest curs només ens interessen els resultats finals.

3.3.1. Camp creat per un fil rectilini infinit.

Si s'aplica la llei de Biot-Savart i es fan els càlculs pertinents obtindrem el valor del camp $\mathbf{B}$ creat per un fil elèctric infinit a una distància r perpendicular del fil.

El camp magnètic en mòdul és:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Fixeu-vos que el camp $\mathbf{B}$ rodeja el fil segons el sentit de la regla de la mà dreta.

3.3.2. Camp creat per una bobina d'N espises.

Una bobina és un tros de fil enroscat sobre si mateix un nombre de voltes concret. A una volta s'anomena espira que les considerarem com cercles perfectes de radi r . El camp magnètic, als punt de l'eix central del solenoide, val

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

N : nombre d'espises de la bobina. **L** longitud de la bobina. **I** intensitat que circula pel fil

Atenció: Cal tenir present que aquesta formula s'obté fent les següents aproximacions:

1. El camp **B** fora del solenoide és quasi nul.
2. Les espises del solenoide estan molt juntes les unes amb les altres.
3. El camp **B** a l'interior del solenoide és quasi uniforme.

3.4. Flux de camp magnètic a través d'una espira.

Definim flux de camp magnètic a través d'una espira al producte escalar del vector **B** i al vector superfície **S** de l'espira.

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Les unitats del flux magnètic són els Webers. $[\phi] = 1 \text{ Wb}$.

Exemple: Calculeu el flux de camp **B** a través d'una espira quadrada de costat $L = 2\text{m}$ quan és travessada per un camp $|\mathbf{B}| = 3000 \text{ T}$ quan:

- a) L'espira és perpendicular a **B**.
- b) L'espira és paral·lela a **B**.
- c) L'espira forma un angle de 30° amb **B**.

3.5. Circuits magnètics.

3.5.1. Propietats magnètiques de la matèria.

El camp magnètic travessa l'espai en la direcció de les línies de camp. Però la facilitat amb que travessa qualsevol medi material no és la mateixa. Segons el comportament del camp magnètic tenim diferents tipus de medis materials que són medis **paramagnètics, diamagnètics i ferromagnètics**.

Materials paramagnètics són aquells que tenen un comportament com un imant quan senten la influència d'un camp **B** proper. Les seves partícules internes es magnetitzen en la mateixa direcció i sentit que la de **B**. L'efecte desapareix quan **B** s'anul·la. Aquests materials faciliten el pas del camp **B** pel seu interior.

Materials diamagnètics són aquells que tenen un comportament com un imant quan senten la influència d'un camp **B** proper. Les seves partícules internes es magnetitzen en la mateixa direcció i sentit contrari que la de **B**. L'efecte desapareix quan **B** s'anul·la. Aquests materials dificulten el pas de **B** a través del seu interior.

Materials ferromagnètics són aquell on l'espín electromagnètic dels electrons tendeix a alinear-se a causa de forces magnètiques, en petites regions de l'espai anomenades **dominis**. Es creen doncs aquestes petites regions dins del material amb direccions prioritàries de l'espín. En col·locar el material dins d'una regió amb un camp **B** els espins s'orienten en la direcció de **B** si aquest és molt intens. Si el camp s'anul·la els espins mantenen l'orientació i per tan el material queda magnetitzat, essent materials que s'usen per la fabricació d'imants permanents. Els materials ferromagnètics faciliten el pas de les línies de camp a través seu.

3.5.2. Permeabilitat absoluta i relativa del medi.

Com hem vist abans bàsicament els materials permeten ser travessats amb més facilitat o no per un camp $\mathbf{B}$ a través d'ells. Per tant tenim que per:

Materials diamagnètics.	$B_{\text{int}} < B_0$
Materials paramagnètics.	$B_{\text{int}} > B_0$
Materials ferromagnètics.	$B_{\text{int}} \gg B_0$

on $\mathbf{B}_{\text{int}}$ és el camp dins del material i $\mathbf{B}_0$ és el camp a l'exterior del material. Hem de tenir present que el camp a l'interior és el camp exterior més la imantació addicional $\mathbf{B}_M$.

$$B_{\text{int}} = B_0 + B_M$$

Dividint entre $\mathbf{B}_0$ ens quedarà:

$$B_{\text{int}}/B_0 = 1 + B_M/B_0$$

$$\mu_r = 1 + \chi$$

on $\mu_r = B_{\text{int}}/B_0$ es coneix com la **permeabilitat relativa** del medi i $\chi = B_M/B_0$ és la **susceptibilitat magnètica** del material. La **permeabilitat absoluta** del medi es defineix com:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

3.5.3. Moment magnètic i intensitat magnètica.

Per independitzar els camps en el buit i en l'interior dels medis magnètics hem de definir una sèrie de paràmetres nous: **La intensitat magnètica** i **el moment magnètic**.

- La intensitat magnètica es defineix com:

$$H = B_0 / \mu_0$$

les seves unitats són $[H] = 1 \text{ A/m}$.

- Pels materials **paramagnètics** i **diamagnètics** definim el moment magnètic com:

$$M = \chi_m H$$

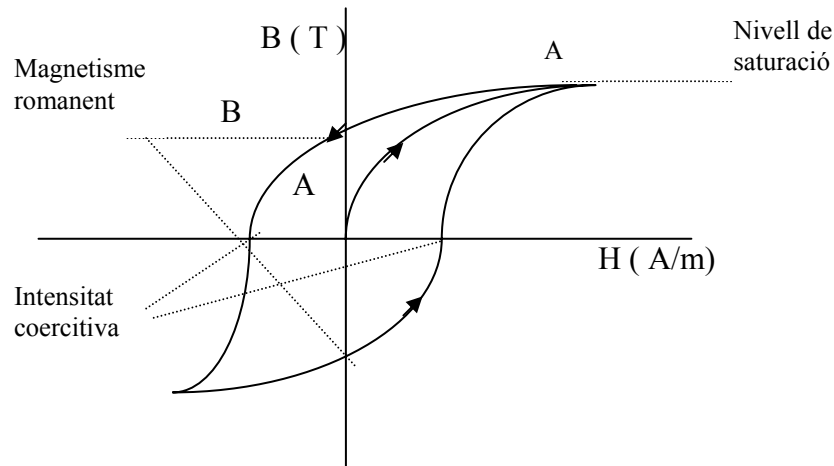
també tenim la següent relació:

$$B_M = \mu_0 M$$

Per materials ferromagnètics aquestes dues relacions no són certes ja que el moment magnètic i la intensitat magnètica no són perpendiculars.

3.5.4. Cicle d'histeresi dels materials ferromagnètics.

Els material ferromagnètics es magnetitzen seguint el cicle d'histeresi. La gràfica mostra la imantació d'un material prèviament desimantat.



H representa la intensitat magnètica externa al medi. **B** representa el magnetisme intern resultant dels efectes del camp exterior **H** sobre el material ferromagnètic.

El procés d'imatció dels materials ferromagnètics s'entén si es va seguint el diagrama anterior.

Corba A: En la situació inicial la intensitat magnètica **H** és nul·la i per tant veiem que els efectes d'imatció del material ferromagnètic són nul·les ($B=0T$). A mesura que el valor de **H** augmenta veiem que el material es va imantant ($B>0T$). La imantació del material ferromagnètic creix fins **la línia de saturació**, punt on la imantació és màxima. A partir d'aquest valor observem que per molt que creixi la intensitat **H** la imantació no augmenta.

Corba B: Un cop arribats a la línia de saturació si s'elimina la intensitat **H** veurem que la imantació no desapareix, sinó que queda una imantació residual (**magnetisme romanent**). Si es vol anul·lar momentàniament la imantació, cal aplicar una intensitat **H** en sentit contrari (**intensitat coercitiva**). Si augmentem el valor de la intensitat en sentit contrari arribarem a **la línia de saturació mínima**.

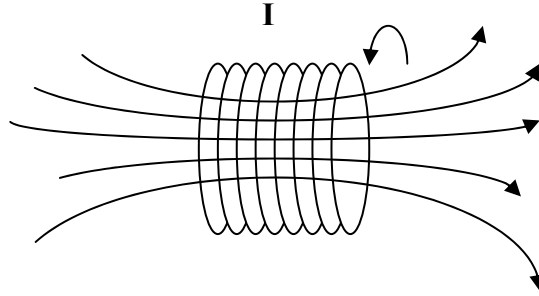
Per anul·lar de forma permanent els efectes de la imantació cal aplicar de forma repetida el cicle d'histeresi però amb cicles cada cop més petits.

3.5.5. Resolució de circuits magnètics.

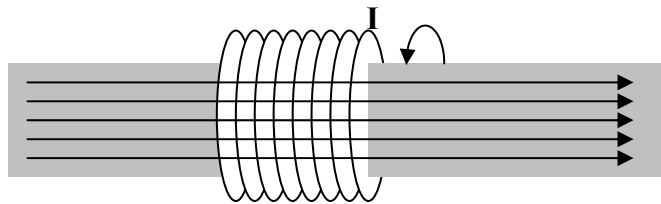
Les parts físiques fonamentals que formen un circuit magnètic són:

1. El nucli de material ferromagnètic.
2. La bobina elèctrica

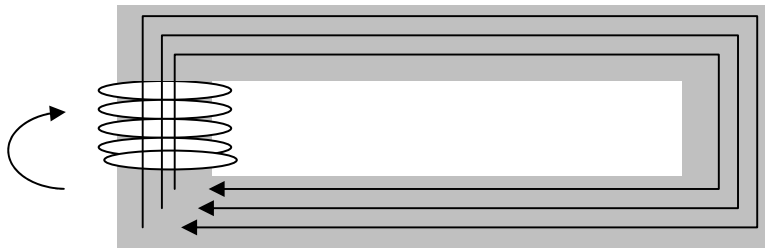
Considerem una bobina d' N espires i de longitud L per la que circula un corrent continu d'intensitat I . Les línies de camp magnètic es dispersen fora de la bobina pels seus extrems i per tant la intensitat de $\mathbf{B}$ disminueix conforme ens allunyem de la bobina.



Si dins de la bobina hi posem un nucli de material ferromagnètic, les línies de camp restaran contingudes dins del material evitant que el camp es dispersi en els extrems de la bobina.



Considerem un nucli de material ferromagnètic rodejat per una bobina d' N espires enrotllades al seu voltant. El camp magnètic creat per la bobina queda tancat dins del material ferromagnètic.



El flux de camp $\mathbf{B}$ a través de les N espires serà:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S = \frac{\mu_r \mu_0 \cdot (NI)}{L} \cdot S$$

Ajuntant termes ens quedarà:

$$\phi = \frac{N \cdot I}{\left(\frac{L}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot S} \right)}$$

On definint nous termes:

- Força magnetomotriu: $\text{fmm} = N \cdot I \Rightarrow [\text{fmm}] = 1 \text{ A-v}$
- Reluctància: $R = \frac{L}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot S} \Rightarrow [R] = 1 \text{ A-v} / \text{Wb}$

Podem rescriure l'equació anterior obtenint la **lleï de Hopkinson** o **lleï d'Ohm per circuits magnètics**.

$$\phi = \frac{fmm}{R}$$

La resolució de circuits magnètics és senzilla si es comparen els termes de la **lleï d'Ohm** amb els termes que apareixen en la **lleï de Hopkinson** i si s'apliquen els mateixos raonaments per la resolució de circuits de corrent continu.

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

Exemple. Una bobina de 400 espires i de 25 cm^2 de secció rodeja un nucli magnètic de permeabilitat relativa 600 i longitud 55 cm enganxat a un altre material ferromagnètic de permeabilitat relativa 450 i de longitud 55 cm, tal com mostra la figura. La intensitat que circula per l'espira és de 10 A.

- Calculeu la reluctància equivalent del circuit.
- Calculeu la força magnetomotriu i el flux magnètic a través de l'espira.



Fixeu-vos que són aplicables totes les regles que usàveu per resoldre circuits de corrent continu.

3.5.6. Expressió alternativa de la força magnetomotriu.

Si observem la lleï de Hopkinson veurem que podem rescriure de forma senzilla la f.m.m., que en algun cas interessarà tenir present.

$$\Phi = \frac{fmm}{R} \Rightarrow fmm = \Phi R$$

on substituint el flux i la fmm pel que valen ens quedarà:

$$\left. \begin{array}{l} fmm = NI \\ \Phi = BS \\ R = \frac{L}{\mu_r \mu_0 S} \end{array} \right\} \Rightarrow NI = \frac{B}{\mu} L$$

i tenint en conte que $\mu H = B$ ens queda una expressió nova per la fmm.

$$fmm = HL$$

3.5.7. Balanc energètic en els circuits magnètics.

Igual que en els circuits de corrent elèctric, en els circuits magnètics també hi ha pèrdues d'energia. Aquestes són produïdes bàsicament per dues causes.

1. Aparició de corrents de Foucault (corrents paràsits).
2. Pèrdues per histèresi.

1. **Els corrents de Foucault:** Aquestes només apareixen quan el corrent que circula per la bobina que envolta en material ferromagnètic, és un corrent altern. Com ja veurem en el tema corresponent, sobre el material apareixeran corrents paràsits l'origen dels quals és la variació del flux a través de la bobina. Aquest fenomen queda explicat per les lleis de Faraday i Lenz. De vegades es necessari evitar-los ja que molts aparells com els transformadors es poden malmetre degut a aquest fenomen. Per evitar els corrents paràsits només cal substituir el material massís ferromagnètic per làmines de material separades per un òxid i evitar així el curtcircuit i la propagació dels corrents de Foucault.

2. **Pèrdues per histèresi:** La circulació de corrents alterns per les bobines impliquen la generació de camps magnètics alterns que magnetitzaran el nucli ferromagnètic. L'alternança del sentit de **B** de forma periòdica fa que es repeteixi el cicle d'histèresi repetidament. El fet que les corbes del cicle no coincideixen provoca que els balanços d'energia no quedin compensats i per tant apareixen pèrdues energètiques. Les pèrdues per histèresi són inevitables però si es poden minimitzar si s'escullen materials amb l'àrea interior mínima.

3.5.8. Coefficient d'autoinducció d'una bobina.

La mesura del flux i el camp B és difícil, però la mesura de la intensitat I gens. Si partim de la llei de Hopkinson altra vegada:

$$\begin{array}{ccc}
 fmm = \Phi R & \longrightarrow & NI = \Phi \frac{l}{\mu S} \\
 \left. \begin{array}{l} fmm = NI \\ \Phi = BS \\ R = \frac{l}{\mu S} \end{array} \right\} & &
 \end{array}$$

Si arreglem l'equació anterior ens quedarà:

$$N^2 \frac{\mu S}{l} = \frac{N\Phi}{I}$$

Fixeu-vos que el quocient entre el flux per les N espises i la intensitat es manté constant i només depèn de la geometria de la bobina i del material ferromagnètic del seu nucli. Aquesta constant s'anomena **autoinducció de la bobina**. Es designa per la lletra **L** i les seves unitats són els henrys

$$L = N^2 \frac{\mu S}{l} \quad [L] = 1H (Henry)$$