

Tema 4. Corrents transitoris. Resistors variables i condensadors

4.1. Altres elements dels circuits elèctrics.

Fins ara l'únic element dels circuits elèctrics eren les resistències, de valor sempre constant. Però com veurem hi ha més elements que tenen una gran importància en les diferents aplicacions de l'electrònica. Aquest són bàsicament els resistors variables, els condensadors i les bobines.

Les bobines ja les hem tractat en el tema anterior però seran utilitzades en el tema següent.

4.2. Resistors variables.

Quan un compra una resistència no variable el valor numèric que apareix escrit a l'embolcall s'anomena **valor nominal**. El **valor nominal** no és el valor real de la resistència si no que aquest últim pot oscil·lar entre dos valors, un de màxim i un de mínim. Aquests dos valors ens indiquen entre quins valors s'hauria de trobar el valor real de la resistència per ser apte per el seu l'ús. Entenem com **tolerància** la diferència entre el valor real i el nominal en valor absolut.

Les toleràncies normalment s'indiquen per mitjà dels percentatges d'error.

Exemple. $R = 560 \, \Omega \pm 20\%$.
 $R_{\max} = 672 \, \Omega$.
 $R_{\min} = 448 \, \Omega$.

El valor i els marges d'error de les resistències venen indicats per unes franges de colors pintades sobre l'embolcall de les resistències. (veure pàgina 25 llibre electrotècnia.)

Distingim doncs diferents tipus de resistors:

4.2.1. Resistors lineals fixos.

Els resistors lineals fixos són resistors de valor òhmico constant. La relació entre la tensió i la intensitat a través d'ells segueix la llei d'ohm o sigui que la tensió i la intensitat són lineals.

$$\Delta V = IR$$

Al llibre teniu la classificació en funció del procés de fabricació.

4.2.2. Resistors lineals variables.

Són resistència que canvien de valor quan sobre elles actuem a través d'un cursor els seus valors varien des de zero fins un valor màxim. Aquí la tensió i la intensitat també són proporcionals i es segueix complint la llei d'ohm.

4.2.3. Resistors no lineals.

El seu valor canvia degut a causes ben diferents. Distingim doncs: Resistors LDR, resistors, tèrmics, resistors VDR.

- **Resistors LDR.**

Són resistors que el seu valor canvia degut a la incidència de llum sobre ells. Normalment són de sulfur de Cadmi. El valor de R disminueix si la lluminositat augmenta.

- **Resistors tèrmics.**

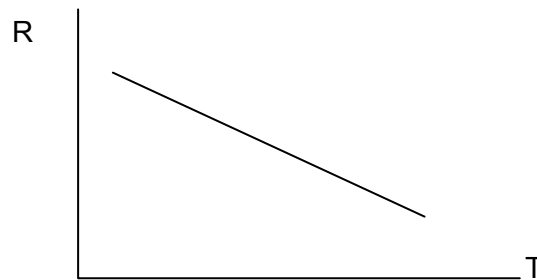
Són resistors on el seu valor depèn de la temperatura a la que es trobin. La dependència la trobem en la relació de la resistivitat amb la temperatura:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T)$$

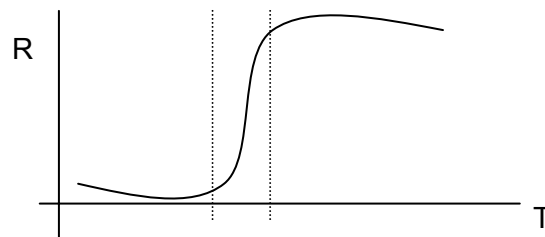
on α és el coeficient de temperatura.

En distingim de dos tipus: els NTC i els PTC.

- Resistors NTC (Negativa temperatura coeficient): Són aquells on α és negatiu. Si la temperatura augmenta el valor de la resistivitat disminueix.

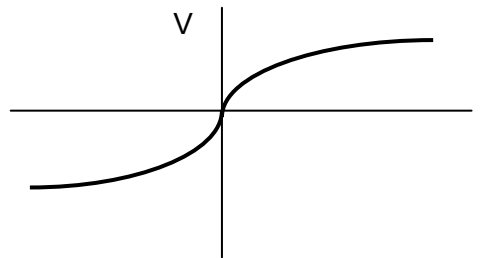


- Resistors PTC (Positive temperature coeficient): Són aquells on α és positiu. Si la temperatura puja el valor de la resistivitat puja. Només és compleix això per un rang de valors de la temperatura. La seva corba característica és:



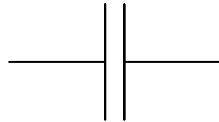
- **Resistors VDR:**

Són resistors que modifiquen el seu valor en funció de la diferència de potencial que se'ls aplica. La seva corba característica és:



4.3. Condensadors.

Elements que permeten acumular energia elèctrica a través de la càrrega de les plaques del condensador. Un cop emmagatzemada aquesta energia es pot cedir al circuit en el moment més convenient. El temps de càrrega normalment és petit però depèn de les característiques del condensador. Les seves formes poden ser molt diverses però sempre el representarem per aquest símbol:



4.3.1. Capacitat d'un condensador.

Definim capacitat d'un condensador com el quocient entre la quantitat de càrrega que s'acumula a les plaques del condensador i la diferència de potencial que apareix entre les plaques del condensador.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad (1)$$

C: Capacitat del condensador. Les seves unitats són els faradis. $[C] = 1 \text{ C/V} = 1 \text{ F}$.

Q: Càrrega que s'acumula a la placa positiva.

ΔV : Diferència de potencial.

Es pot demostrar que la capacitat a més depèn de la geometria del condensador. Exactament si considerem que el camp elèctric **E** entre les plaques del condensador està relacionat amb la diferència de potencial entre les plaques segons l'equació¹:

$$\Delta V = \vec{E} \Delta \vec{r}$$

I tenint en compte que el camp ve donat per:

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

On σ és la densitat superficial del condensador: $\sigma = Q/S$, ϵ_0 i ϵ_r són les constants elèctriques del buit i relativa del medi respectivament ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$.)

¹ Veure apunts de Física de 1^{er} de Batxillerat (3^a Avaluació.)

Podem rescriure la capacitat com:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} d}$$

Simplificant ens queda:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$$

D'on veiem que la capacitat d'un condensador només depèn la secció del condensador i de la distància que separa les dues plaques.

4.3.2. Energia d'un condensador carregat.

Per calcular l'energia que es pot emmagatzemar en un condensador calcularem el treball que costa moure un diferencial de càrrega dq per portar-la des d'una de les plaques a l'altra.

El treball necessari per dq serà:

$$dW = dq \cdot \Delta V$$

Però de la relació (1) rescrivim el treball com:

$$dW = \frac{q}{C} \cdot dq$$

I integrant des de zero fins Q total ens queda:

$$dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

4.3.3. Tipus de condensadors.

En distingim bàsicament de dos tipus: Condensadors fixos i condensadors variables.

- **Condensadors fixos.**

Són els que no modifiquen el valor de la seva capacitat. Es classifiquen segons l'element que separa les dues plaques. Aquest element s'anomena dielèctric i la seva funció és variar el valor de la capacitat. Podem trobar-ne de paper, vidre, ceràmics...

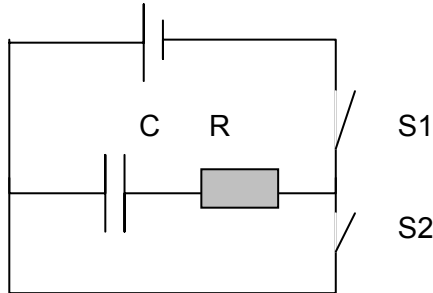
- **Condensadors variables.**

Són condensadors que permeten variar-ne la capacitat en funció de les necessitats del problema. S'usen freqüentment com element sintonitzador de les emissores de radio.

4.3.4. Equacions de càrrega i descàrrega d'un condensador en un circuit RC sèrie

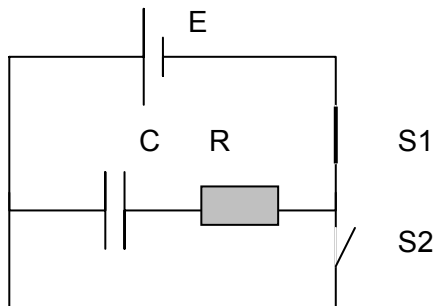
- **Equacions de càrrega.**

Considerem el circuit de la figura format per un condensador de capacitat C i una resistència R en sèrie. El circuit té dos interruptors $S1$ i $S2$ que inicialment estan oberts. La pila del circuit val ε .



En aquesta situació inicial la intensitat que circula per la resistència R és nul·la. La caiguda de tensió a la resistència R i al condensador són nul·les.

Ara tanquem l'interruptor $S1$. En aquesta situació el condensador comença a carregar-se i per tant els electrons es van distribuint a una de les plaques del condensador. Mentre el condensador es va carregant apareix un corrent transitori a través de la resistència.



La intensitat d'aquest corrent és màxima en el moment de tancar $S1$ i la càrrega Q és nul·la en el moment de tancar $S1$. És a dir:

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = I_{\text{MAX}} \Rightarrow V_R = I_{\text{MAX}} \cdot R \\ Q = 0 \Rightarrow V_C = \frac{Q}{C} = 0 \end{cases}$$

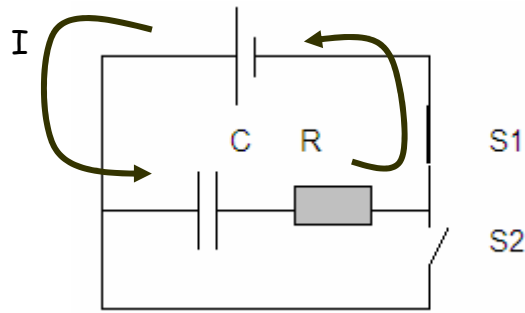
$$E = V_R + V_C \Rightarrow E = I_{\text{MAX}} \cdot R$$

Al cap de molt de temps la intensitat s'haurà anul·lat ja que el condensador està totalment carregat i la càrrega emmagatzemada serà màxima. És a dir:

$$t \rightarrow +\infty \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \Rightarrow V_R = I \cdot R = 0 \\ Q = Q_{\text{MAX}} \Rightarrow V_C = \frac{Q_{\text{MAX}}}{C} \end{cases}$$

$$E = V_R + V_C \Rightarrow E = \frac{Q_{\text{MAX}}}{C}$$

Quan el temps no és zero ni infinit tindrem:



$$E = V_R + V_C$$

$$E = IR + \frac{Q}{C} \quad (1)$$

Si derivem l'expressió anterior, ens quedarà:

$$0 = \frac{dI}{dt} R + \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt}$$

Tenim en compte que $I = \frac{dQ}{dt}$, podem substituir això a l'equació anterior.

$$0 = \frac{dI}{dt} R + \frac{1}{C} I \Rightarrow -\frac{1}{C} I = \frac{dI}{dt} R \Rightarrow -\frac{1}{RC} I = \frac{dI}{dt} \Rightarrow -\frac{1}{RC} dt = \frac{dI}{I}$$

Ara integrem l'equació anterior:

$$\int_0^t -\frac{1}{RC} dt = \int_{I_{MAX}}^I \frac{dI}{I} \Rightarrow -\frac{1}{RC} t = \ln(I) \Rightarrow I(t) = I_{MAX} \cdot e^{-t/RC}$$

Un cop hem trobat **I(t)**, trobarem **Q(t)** substituint **I(t)** a l'equació (1), quedant:

$$E = \left(I_{MAX} \cdot e^{-t/RC} \right) R + \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{Q}{C} = E - \left(R \cdot I_{MAX} \cdot e^{-t/RC} \right) \Rightarrow Q = C \cdot \left(E - R \cdot I_{MAX} \cdot e^{-t/RC} \right)$$

$$Q = Q_{MAX} - Q_{MAX} \cdot e^{-t/RC} \Rightarrow Q = Q_{MAX} \left(1 - e^{-t/RC} \right)$$

Per tan ens quedarà que:

$$I = I_{MAX} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Q = Q_{MAX} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

On $\tau = RC$ i s'anomena temps de relaxació del circuit. Aquest és el temps que ha de passar per tal que la intensitat que circula per la resistència sigui $I = I_{MAX} / e$.

Es pot comprovar que durant la càrrega del condensador la suma de les caigudes de potencial a cada element és la de la pila i que a més ES compleixen les condicions anteriors. Pel que sabem també es poden deduir les equacions temporals dels potencials:

$$V_R = IR$$

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

Substituint el valor de les intensitats i de les càrregues:

$$V_R = \left(I_{MAX} e^{-\frac{t}{RC}} \right) \cdot R$$

$$V_C = \frac{Q_{MAX} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)}{C}$$

I tenint en conte que $E = I_{MAX} \cdot R$ i que $E = Q_{MAX} / C$, podem rescriure les equacions anteriors de la següent forma.

$$V_R = E_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_C = E_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

- **Equacions de descàrrega.**

Ara obrim l'interruptor S1 i tanquem S2. La situació inicial és la següent.

- La càrrega del condensador és màxima ($Q = Q_{MAX}$ en $t = 0$ s.).
- La intensitat que circula per la resistència és màxima i a més va en sentit contrari a la intensitat obtinguda en l'apartat anterior de càrrega. ($I = - I_{MAX}$ en $t = 0$ s.).
- La caiguda de tensió al condensador i a la resistència en $t = 0$ són respectivament $V_R = -E_0$ i $V_C = +E_0$.

Quan passi molt de temps la situació ha de ser la següent:

- La càrrega Q al condensador ha de ser nul·la perquè el condensador s'haurà descarregat. ($Q = 0$ en $t \rightarrow \infty$).
- La intensitat a la resistència serà nul·la perquè ja no circula corrent per ella. ($I = 0$ en $t \rightarrow \infty$).
- La caiguda de tensió a cada element és : $V_R = 0$ i $V_C = 0$.

Durant tota l'estona es complirà:

$$V_R + V_C = 0$$

és a dir, que la suma de les tensions dels dos elements és nul·la. Si substituïm IR enlloc de V_R i Q/C enlloc de V_C . Ens quedarà:

$$IR + \frac{Q}{C} = 0$$

Si substituïm $I = \frac{dQ}{dt}$ ens quedarà:

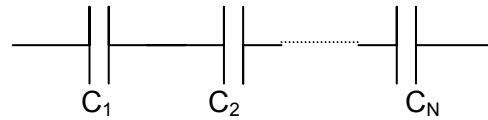
$$IR + \frac{Q}{C} = 0$$

4.3.5. Associació de condensadors.

Podem associar els condensadors de dues formes en sèrie o en paral·lel.

- Associació en sèrie.**

Considerem N condensadors connectats en sèrie a una pila de força electromotriu ε . La caiguda de tensió total és la suma de caiguda de tensió a cada condensador, per tant:



$$\Delta V_T = \Delta V_1 + \dots + \Delta V_N$$

A més diem que N condensadors estan en sèrie quan la càrrega emmagatzemada en cada un d'ells és la mateixa i per tant la intensitat de càrrega i descarrega del condensador és la mateixa. Per tant tot això ho podem escriure:

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_N$$

$$I_1 = I_2 = \dots = I_N$$

Si tenim en conte que la caiguda de tensió s'escriu en funció de la càrrega i de la capacitat tenim:

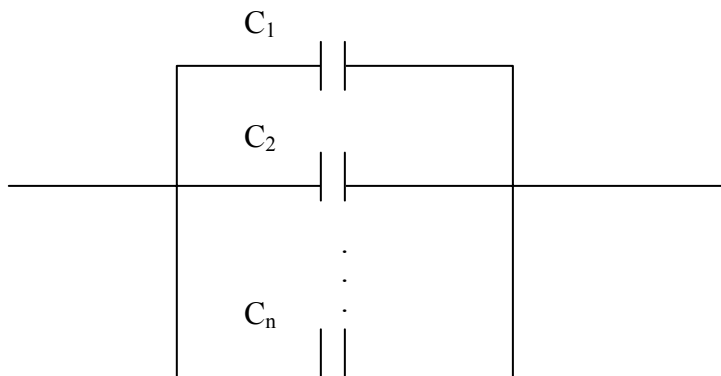
$$\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \dots + \frac{Q_N}{C_N}$$

simplificant ens queda la capacitat equivalent:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

- Associació en paral·lel.**

Considerem N condensadors connectats a una pila de força electromotriu ε tal com mostra el dibuix. Es veu que la caiguda de tensió a cada condensador és igual i la intensitat que circularà per la pila quan els condensadors es carreguen és la suma de les intensitats que circulen per cada condensador.



$$\Delta V_1 = \dots = \Delta V_N$$

$$I_T = I_1 + \dots + I_N$$

D'aquí podem escriure la capacitat equivalent com:

$$\left. \begin{array}{l} Q_j = C_j \cdot \Delta V_j \\ I_j = \frac{Q_j}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_T \cdot \Delta V_T}{t} = \sum_j \frac{C_j \cdot \Delta V_j}{t}$$

I per tant ens queda la capacitat equivalent.

$$C_T = C_1 + \dots + C_N$$