

Tema 10. Xocs de partícules.

Introducció.

Fins ara tot el que heu estudiat en els temes anteriors es referia a l'estudi de la mecànica d'una sola partícula aïllada a l'espai. Però les partícules aïllades a l'espai són una idealització. És interessant dedicar un capítol a l'estudi i comportament de les partícules quan interactuen entre elles, això és el que es coneix com **dinàmica d'un sistema de partícules**.

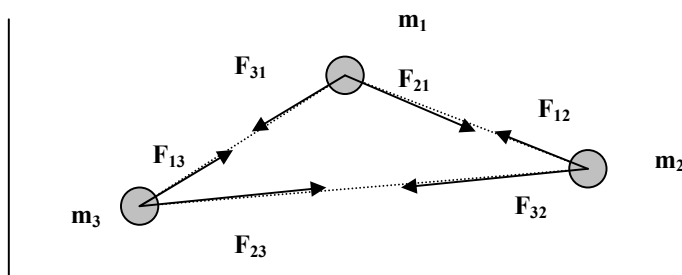
10.1. Forces internes i forces externes d'un sistema de partícules.

Suposem un sistema tres partícules amb masses m_1 , m_2 i m_3 constants. Aquestes partícules poden interactuar entre si mitjançant el que anomenarem **forces internes**. Si les distàncies relatives de les tres partícules es mantenen constants, veurem que aquestes partícules defineixen un sòlid rígid. Si les forces internes no existissin tindríem un sistema de partícules lliures ja que cada una no sentiria cap efecte de les altres.

Considerem doncs l'existència d'aquestes **forces internes** veiem que s'ha de complir que

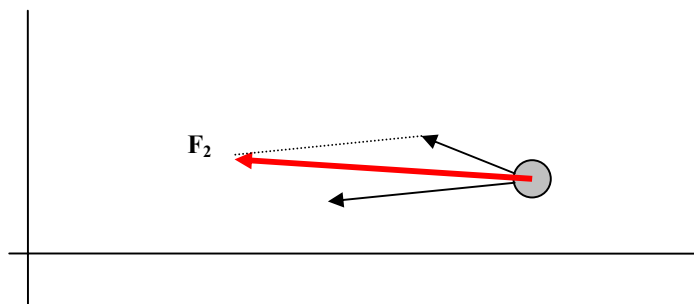
1. $\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$ (segons la tercera llei de Newton.)

on podem veure que volen dir aquestes forces.



2. La suma de forces internes sobre una partícula, per exemple la massa 2 és:

$$\mathbf{F}_2 = \sum \mathbf{F}_{i2} = \mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{12}$$



A més sobre el meu sistema de partícules poden actuar forces causades per partícules externes al meu sistema. Aquestes forces són les que s'anomenen **forces externes**.

Per tant si escrivim la segona llei de Newton per qualsevol de les partícules de sistema inicial tindrem:

$$\vec{F}_{1ext} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = m\vec{a}_1$$

$$\vec{F}_{2ext} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} = m\vec{a}_2$$

$$\vec{F}_{3ext} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = m\vec{a}_3$$

Si sumem les tres equacions obtindrem la suma de les forces sobre el sistema de les tres partícules:

$$\vec{F}_{1ext} + \vec{F}_{2ext} + \vec{F}_{3ext} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3$$

On les forces internes no apareixen ja que per la tercera llei de Newton s'anul·len entre si. L'equació anterior es pot reescriure en funció de la quantitat de moviment¹.

$$\vec{F}_{1ext} + \vec{F}_{2ext} + \vec{F}_{3ext} = \frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{p}_3}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_{1ext} + \vec{F}_{2ext} + \vec{F}_{3ext} = \frac{\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)}{\Delta t} \quad (1)$$

Podem substituir els tres sumands de la relació anterior per:

$$\vec{F}_{1ext} + \vec{F}_{2ext} + \vec{F}_{3ext} = \Sigma\vec{F}_{ext}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_{total}$$

I per tant l'equació (1) ens quedarà:

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{\Delta\vec{p}_{total}}{\Delta t} \quad (2)$$

Aquesta última relació ens diu que la suma de les forces externes que actuen sobre cada una de les partícules d'un sistema provoquen la variació de la quantitat de moviment total del sistema.

10.2. Xocs de partícules

En l'estudi d'aquests xocs sempre considerarem que la suma de les forces externes és nul·la i per tant la quantitat de moviment total del sistema es conserva. Això es dedueix directament de l'equació (2).

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta\vec{p}_{total}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{total} = cnt$$

¹ Veure el Tema 4.

Considerarem sempre l'estudi del xoc just en el moment de l'impacte.

Distingim tres tipus de xocs: xocs inelàstics, xocs perfectament elàstics i parcialment elàstics.

- **Xocs inelàstics.**

Un xoc inelàstic es produeix quan dues o més partícules, inicialment separades, queden unides després del xoc. Per la resolució de problemes d'aquestes característiques només s'imposarà la conservació de la quantitat del moviment del sistema.

$$\vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} + \dots = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} + \dots$$

És interessant veure com l'energia cinètica i l'energia interna² del sistema **no** es conserven en aquests tipus de problemes. Però tingueu present que **l'energia mecànica del sistema si es conserva**. L'energia potencial gravitatòria en el moment del xoc també. Evidentment com que s'ha de complir la següent relació:

$$E_m = E_c + E_p + U_{\text{int}} = \text{cnt}$$

Veiem que la variació d'energia cinètica coincideix amb la variació d'energia interna.

$$\Delta E_c = \Delta U_{\text{int}}$$

- **Xocs perfectament elàstics.**

Entenem per xoc elàstic quan dues o més partícules es mantenen separades tan abans com després del xoc. Parlem de xocs perfectament elàstics quan l'energia cinètica i l'energia interna del conjunt de partícules es conserva. Per resoldre aquests problemes imposarem dues condicions:

1. La conservació de la quantitat de moviment.
2. La conservació de l'energia cinètica.

$$\begin{aligned}\vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} + \dots &= \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} + \dots \\ E_{c10} + E_{c20} + \dots &= E_{c1f} + E_{c2f} + \dots\end{aligned}$$

- **Xocs parcialment elàstics.**

Els xocs parcialment elàstics són l'aproximació més correcta d'un xoc real. En aquest tipus de xocs es conserva la quantitat de moviment però l'energia cinètica no. Definim el

² L'energia interna d'una partícula està associada al moviment de vibració dels àtoms que la formen. Una variació de l'energia interna es manifesta amb una variació de la seva temperatura. Fins ara no apareix aquest tipus d'energia ja que en tots els problemes anteriors l'energia interna es mantenia constant i no afectava a l'energia mecànica.

coeficient de restitució com el quocient entre l'energia cinètica final del sistema i l'energia cinètica inicial del sistema.

$$\varepsilon = \frac{E_{cf}}{E_{c0}}$$

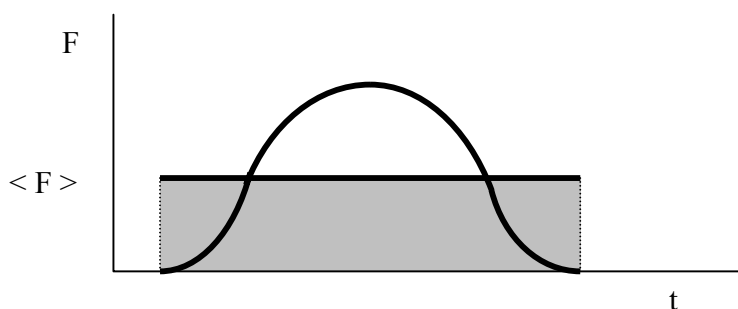
on podem considerar diferents casos segons el valor del coeficient de restitució.

- Si $\varepsilon = 1$, tenim un xoc perfectament elàstic.
- Si $0 < \varepsilon < 1$ tenim un xoc parcialment elàstic.

Cal tenir en compte que el coeficient de restitució està comprès sempre entre zero i u. La resolució de problemes és idèntica a la resolució dels problemes de l'apartat anterior.

9.3 Teorema de l'impuls.

Quan una partícula es veu sotmesa a un conjunt de forces externes hem vist que la partícula varia la seva quantitat de moviment. Aquest conjunt de forces no tenen perquè ser constants i a més la seva acció s'aplica durant un cert temps. Quan es produeix el xoc de dues partícules, les forces que actuen sobre cada una de les partícules acostumen a ser molt petits. Si representem el valor d'alguna d'aquestes forces en funció del temps obtindríem el següent.



La variació de la quantitat de moviment total provocada per aquesta força es pot calcular a partir de la definició d'impuls.

Definim impuls d'una força $\mathbf{F}$ com el producte del promig de la força $\mathbf{F}$, $\langle \mathbf{F} \rangle$, pel temps d'aplicació de la força $\mathbf{F}$:

$$\vec{I} = \langle \vec{F} \rangle \Delta t$$