

TEMA 2

EL MOVIMENT ONDULATORI

2.1.Introducció.

El moviment és un dels fenòmens físics més estudiats dins de la física. Del conjunt dels possibles moviments en té una importància especial el moviment ondulatori.

La importància del moviment ondulatori radica en el fet que és capaç de transportar energia i quantitat de moviment a través de l'espai sense el transport de matèria. Exemples remarcables de moviments ondulatoris són:

1. Ones que es propaguen per la superfície de l'aigua quan es llança una pedra a un bassal.
2. La vibració d'una corda de guitarra de forma estacionària.
3. El sò.
4. La propagació del calor a través d'un metall.

Els tres primers són clars exemples de la propagació d'energia mecànica a través de l'espai i el darrer és un exemple de la propagació d'energia calorífica. Fixeu-vos però que no hi ha transport de matèria en cap d'aquests casos.

En tots els exemples anteriors les ones transmissores d'energia necessiten un medi material per poder propagar-se. Aquests medis s'anomenen **medis elàstics**. Les ones que es propaguen a través d'ells s'anomenen **ones mecàniques**.

Hi ha ones que són capaces de transportar energia a través de l'espai sense la necessitat d'un medi material. Aquest és el cas de les **ones electromagnètiques**. En aquest capítol però ens centrarem però en l'estudi de les ones mecàniques.

2.2. Tipus d'ones mecàniques.

Les ones mecàniques es poden classificar segons diversos criteris:

1. Segons el temps que dura la pertorbació produïda pel focus emissor.
 - Si la pertorbació és puntual l'ona produïda s'anomena **pols**.
 - Si la pertorbació té una certa continuïtat en el temps es produiran una sèrie de pols seguits que anomenem tren d'ones i que són els que tractarem en aquest curs.
2. Si la propagació de les ones es produeix en una, dues o tres dimensions es poden classificar en ones uni, bi o tridimensionals. Exemples d'aquestes són:
 - Ones unidimensionals. Ones que es propaguen per una corda estirada.
 - Ones bidimensionals. Ones que es propaguen per la superfície d'un bassal d'aigua.
 - Ones tridimensionals. Ones sonores d'un petard.
3. Segons el tipus de vibració que realitzen les partícules del medi material a través del qual es propaga l'ona.
 - Ones transversals: Si la vibració de les partícules del medi es perpendicular a la direcció de propagació.
 - Ones longitudinals: Si la vibració de les partícules del medi es paral·lela a la direcció de propagació.

2.3. Ones harmòniques.

Hem vist que les ones són producte d'una pertorbació produïda en un punt de l'espai que anomenem focus emissor, i que aquesta pertorbació es pot originar per diversos factors.

Per simplificar l'estudi del moviment ondulatori suposarem que el focus emissor realitza un moviment harmònic simple. Les ones generades a partir d'aquest s'anomenen **ones harmòniques**.

Els motius pel quals aquestes ones tenen un interès especial són:

1. Les ones harmòniques **no** són ones **dispersives** (ja veurem més endavant que vol dir dispersiu.)
2. Les ones harmòniques permeten desenvolupar la majoria dels fenòmens ondulatoris (interferència, difracció, reflexió, etc.)
3. Moltes ones complexes es poden expressar com una combinació lineal d'ones harmòniques.

2.4. Descripció matemàtica d'una ona harmònica.

Descriure matemàticament una ona harmònica consisteix a trobar una funció que ens doni en qualsevol instant de temps l'estat de vibració de qualsevol punt de l'espai al pas d'una ona harmònica. La funció que ens indicarà això és una funció de dues variables, el temps i

l'espai que s'anomena **funció d'ona**. Per simplificar els futurs càlculs matemàtics considerarem la propagació en una sola dimensió.

Considerem doncs el focus emissor de la pertorbació situat a l'origen de coordenades (**O.**). Considerem que aquest focus vibra harmònica i perpendicularment (eix y) a la propagació (eix x) amb una freqüència angular ω .

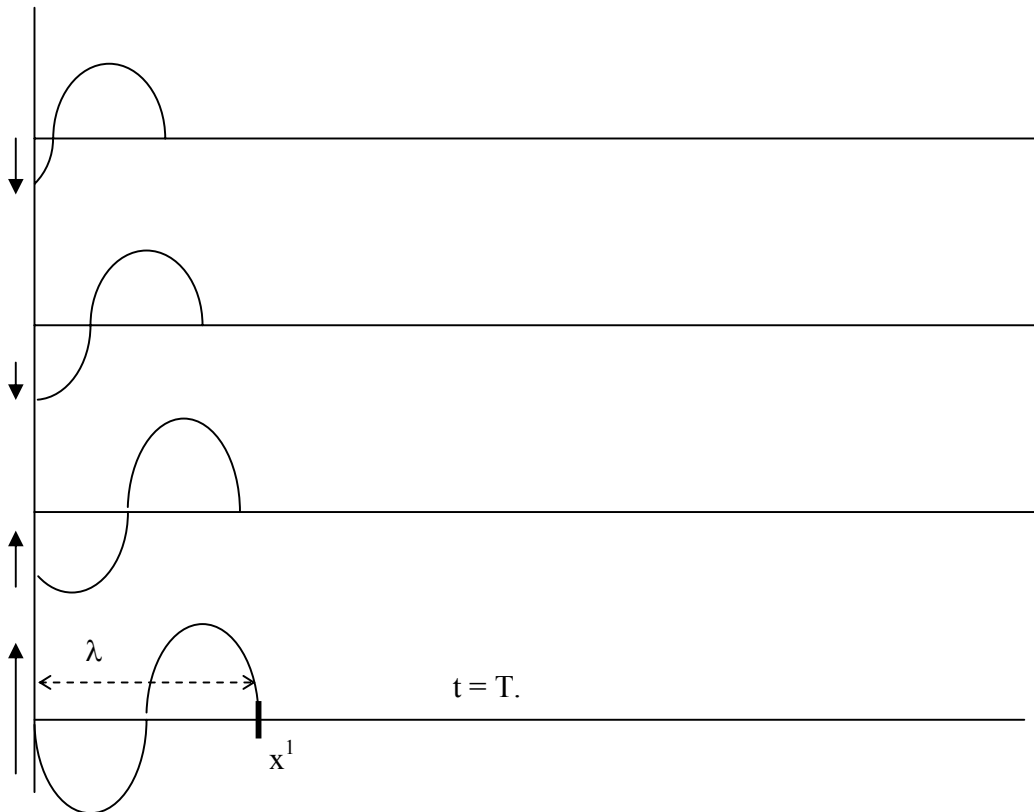


L'equació que descriu la vibració del focus emissor és la del moviment harmònic simple vista al tema anterior.

$$y(t) = A \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

El valor $\varphi_0 = -\pi/2$ permet situar el focus emissor a l'origen quan $t = 0$ s. A mesura que el temps avança observarem que la propagació es desplaça perpendicularment a la vibració de les partícules del medi. Això és el que mostra la seqüència de dibuixos següent.





Aquesta seqüència gràfica mostra com l'ona es va propagant cap a la dreta a mesura que el focus es desplaça verticalment. És important que us adoneu que durant el temps que ha trigat el focus emissor en realitzar una vibració completa T l'ona ha avançat una distància λ . També es important que us adoneu que el punt del medi x^1 començarà a oscil·lar de forma idèntica que el focus emissor.

Un punt x comença a vibrar t segons ($t = x/v$) després que comenci a oscil·lar l'origen de coordenades. L'estat de vibració de l'origen de coordenades ve expressat per l'equació del moviment harmònic.

$$\Psi(0, t) = A \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Un punt x també realitzarà un moviment harmònic simple però iniciat x/v segons després. El seu estat de vibració coincidirà amb el de l'origen de coordenades x/v segons més tard.

$$\Psi(x, t) = \Psi\left(0, t - \frac{x}{v}\right) = A \cdot \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Aquesta és la funció d'ona que estàvem cercant, on A és l'amplitud de la vibració inicial i que serà la màxima elongació de tots els punts de l'espai al pas de l'ona, ω és la freqüència angular, v la velocitat de propagació l'ona harmònica. El signe (-) que davant del terme x/v

ens indica que la ona es propaga cap a la dreta. Si l'ona es propagues cap a l'esquerra hi hauria un signe (+).

Exemple 1:

Una ona harmònica es propaga a través d'una corda. La seva funció d'ona ve donada per

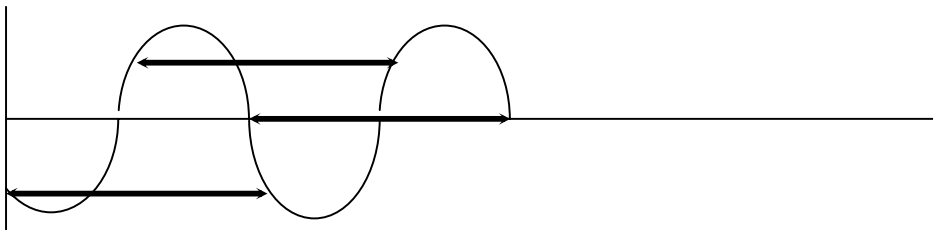
$$y(x,t) = 0,25 \cdot \cos (120 \pi (t - x/2) - \pi/2)$$

Trobeu l'estat de vibració d'un punt de coordenades $x=4\text{m}$ en l'instant de temps $t = 1,5 \text{ s}$.

2.5. Característiques de les ones harmòniques.

Una de les característiques més remarcables de les ones harmòniques és que tenen doble periodicitat, en el temps i en l'espai. Tots els punt del medi repetiran el seu estat de vibració **T** segons després. Tots els punts de l'espai separats una distància λ es troben en el mateix estat de vibració, és a dir que **vibren en fase**.

Considerem l'ona harmònica de l'apartat anterior, fem una fotografia en un instant de temps **t'** qualsevol...



Fixeu-vos que hi ha punts que tenen el mateix estat de vibració. La distància que separa dos punts consecutius en fase s'anomena **longitud d'ona** λ .

Fixeu-vos que el temps que ha de transcórrer per tal que l'ona harmònica es propagui una longitud d'ona λ és un període **T** d'oscil·lació de qualsevol punt del medi. Per tan es pot obtenir la velocitat de propagació de l'ona harmònica també anomenada **velocitat de fase**.

$$\begin{array}{l} \lambda / T = v \\ 1 / T = v \end{array} \quad \longrightarrow \quad v = \lambda \nu$$

De la mateixa manera que es va definir la freqüència angular ($\omega = 2\pi/T$) es defineix **el nombre d'ona** ($k = 2\pi/\lambda$ que s'expressa en rad / m). D'aquesta manera la funció d'ona queda rescrita com...

$$\Psi(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx)$$

2.6. La velocitat de fase.

La velocitat de fase depèn de les característiques del medi i no del tipus de vibració de l'emissor. Aquesta es defineix com la velocitat de propagació de la pertorbació a través del medi que sosté l'ona.

Calcular les velocitats de propagació per alguns casos particulars d'ones harmòniques s'aparta del nivell del present curs però us dono alguns dels resultats finals.

Velocitat del so:
$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

γ : Constant adiabàtica dels gasos ($\gamma = 1,4$ per l'aire).

R : Constant dels gasos ideals ($R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)

M : Massa molecular del gas. (Kg/mol).

T : temperatura absoluta del gas (K).

Velocitat de propagació per una corda tensa:
$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

T : Tensió de la corda (en N).

ρ : Densitat lineal de la corda (kg/m).

Velocitat de propagació de les ones electromagnètiques:
$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = v$$

μ_0 : Permeabilitat magnètica del medi.

ϵ_0 : Constant dielèctrica del medi.