

## TEMA 2. EL MOVIMENT ONDULATORI



### 1. Introducció

La importància del moviment ondulatori radica en el fet que és capaç de transportar energia i quantitat de moviment a través de l'espai sense el transport de matèria.

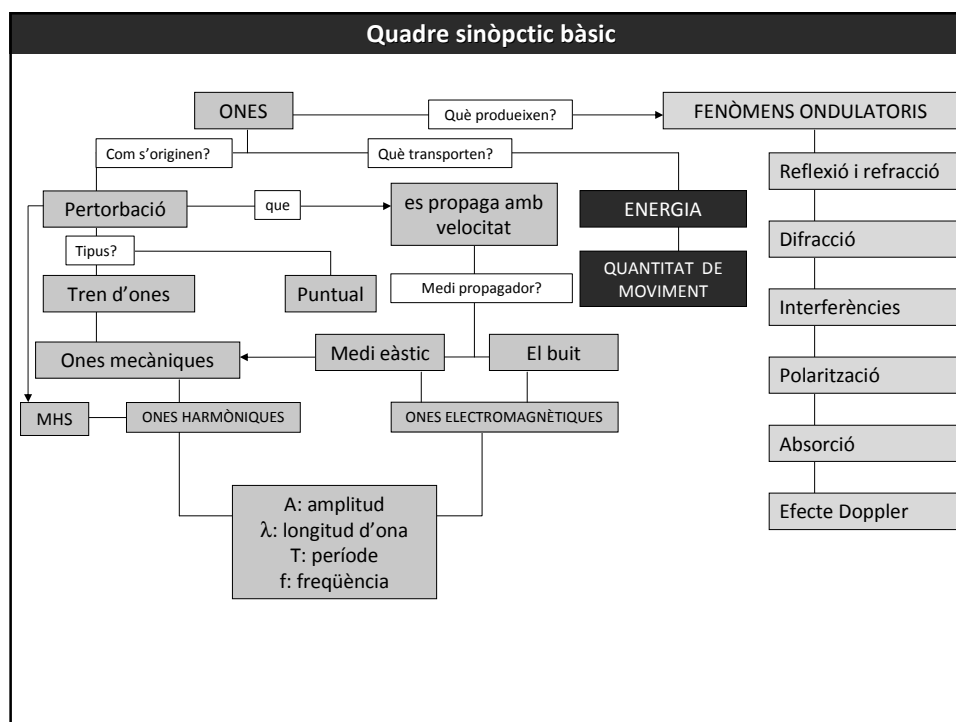
Exemples remarcables de moviments ondulatoris són:

1. Ones que es propaguen per la superfície de l'aigua quan es llança una pedra a un bassal.
2. La vibració d'una corda de guitarra de forma estacionària.
3. El sò.
4. La propagació del calor a través d'un metall.

Els tres primers són clars exemples de la propagació d'energia mecànica a través de l'espai i el darrer és un exemple de la propagació d'energia calorífica. Fixeu-vos però que en cap d'aquests casos no hi ha transport de matèria.

En tots els exemples anteriors les ones transmissores d'energia necessiten un medi material per poder propagar-se. Aquests medis s'anomenen **medis elàstics**. Les ones que es propaguen a través d'ells s'anomenen **ones mecàniques** i que són les que centraran la nostra atenció en l'estudi el moviment ondulatori.

Hi ha ones que són capaces de transportar energia a través de l'espai sense la necessitat d'un medi material. Aquest és el cas de les **ones electromagnètiques**.



## 2. Tipus d'ones mecàniques

Les ones mecàniques es poden classificar segons diversos criteris:

1. Segons el temps que dura la pertorbació produïda pel focus emissor.

Pertorbació "puntual": **pols**.

Animació d'un pols puntual

Pertorbació contínua: **tren d'ones**

2. Segons la direcció de propagació:

Unidimensional

Ones en una molla

Bidimensional

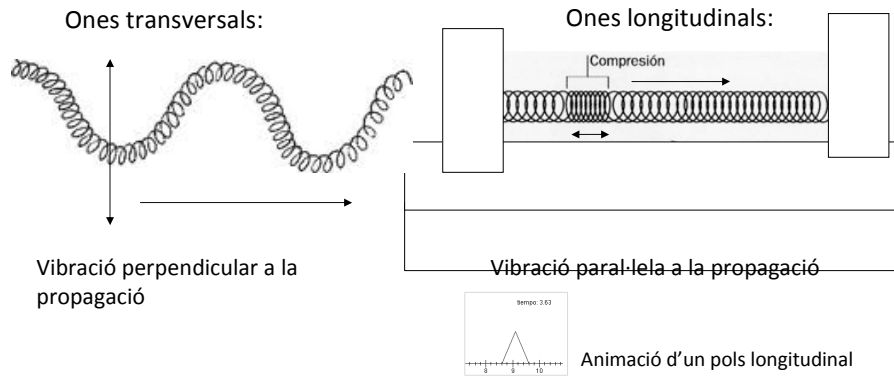
Ones sobre la superfície de l'aigua

Tridimensional

El so

## 2. Tipus d'ones mecàniques

3. Segons el tipus de vibració que realitzen les partícules del medi material a través del qual es propaga l'ona.



## 3. Ones harmòniques

Per simplificar l'estudi del moviment ondulatori suposarem que el focus emissor d'una ona qualsevol realitza un moviment harmònic simple. Les ones generades a partir d'aquest s'anomenen **ones harmòniques**.

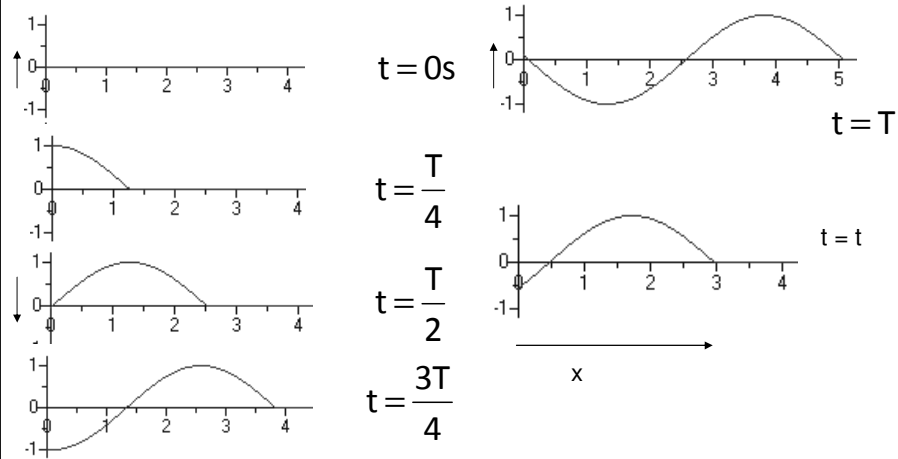
Els motius pel quals aquestes ones tenen un interès especial són:

1. Les ones harmòniques **no** són ones **dispersives** (ja veurem més endavant que vol dir dispersiu)
2. Les ones harmòniques permeten desenvolupar la majoria dels fenòmens ondulatoris (interferència, difracció, reflexió, etc) de forma més senzilla.
3. Moltes ones complexes es poden expressar com una combinació lineal d'ones harmòniques.

#### 4. L'equació d'ona

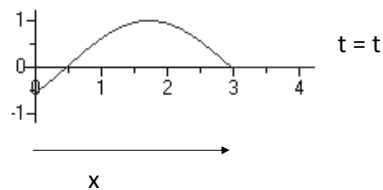
Volem trobar una funció matemàtica que anomenarem **funció d'ona**, que ens descrigui l'estat de vibració d'un punt del medi en un instant de temps concret.

Deduirem l'equació d'ona en el cas d'una ona transversal unidimensional.



#### 4. L'equació d'ona

Equació de vibració del focus emissor.



$$y(0,t) = A \cdot \sin(\omega t + 0)$$

El punt del medi  $x$  començarà a vibrar com el focus  $\Delta t$  segons més tard. Tenint

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega(t - \Delta t))$$

en compte que el temps de retard és  $\Delta t = \frac{x}{v}$ , on  $v$  és la velocitat a la que avança

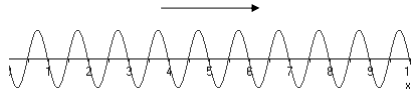
l'ona, tindrem que l'equació de vibració del punt  $x$  en l'instant  $t$  serà:

$$y(x,t) = A \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) \rightarrow y(x,t) = A \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x\right)$$

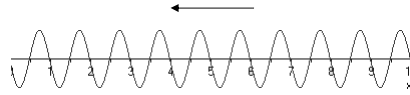
Equació de l'ona

#### 4. L'equació d'ona

El signe – de la fase indica el sentit de propagació, cap a la dreta. Si és +, cap a l'esquerra



$$y(x, t) = A \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v} x\right)$$



$$y(x, t) = A \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\omega}{v} x\right)$$

#### Exemple

Una ona harmònica es propaga a través d'una corda. La seva funció d'ona ve donada per

$$y(x, t) = \frac{1}{4} \cdot \cos\left(120 \pi \left(t - \frac{x}{2}\right) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Trobeu l'estat de vibració d'un punt de coordenades  $x=4\text{m}$  en l'instant de temps  $t = 1,5 \text{ s}$ .

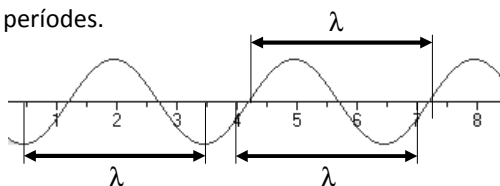
## 5. Característiques de les ones harmòniques

Les ones harmòniques tenen dos períodes.

1. El període temporal  $T$
2. La longitud d'ona  $\lambda$

Definicions:

1. El període temporal  $T$ : Temps que triga qualsevol punt del medi en completar una vibració completa.
2. La longitud d'ona  $\lambda$ :
  - Distància que avança l'ona en un període de temps  $T$ .
  - Distància mínima entre dos punts que oscil·len en fase.



Connectem  $T$  i  $\lambda$

$$v = \frac{D}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \longrightarrow v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow \boxed{v = \lambda \cdot f}$$

$$D = \lambda \quad f = \frac{1}{T}$$

On  $v$  és la velocitat de propagació de l'ona,  $\lambda$  la longitud d'ona i  $T$  el període.

## 6. El nombre d'ona

Com ja sabeu, la freqüència angular o pulsació ve donada per:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

De forma anàloga, definim el nombre d'ona  $k$ .  $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$

Les seves unitats són:  $[k] = \frac{2\pi}{[\lambda]} = \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

Aleshores la velocitat de propagació es pot expressar com una divisió de  $\omega$  i  $k$ :

$$\boxed{v = \lambda \cdot f} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow v = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \rightarrow \boxed{v = \frac{\omega}{k}}$$

Amb l'equació d'ona passarà quelcom semblant i per tant tindrem tres expressions vàlides per fer problemes.

$$y(x, t) = A \cdot \sin\left(\omega \left(t - \frac{x}{v}\right)\right)$$

$$y(x, t) = A \cdot \sin\left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

## 6. Exemples

De les funcions d'ona següents, identifiqueu les següents magnituds:

l'amplitud A, la pulsació  $\omega$ , el nombre d'ona k, la freqüència f, el període T, la velocitat de propagació v i la fase inicial  $\phi_0$

$$y(x,t) = 2 \cdot \sin(23t - 4x)$$

$$y(x,t) = 0,45 \cdot \cos(\pi x - 3\pi t)$$

$$y(x,t) = 0,7 \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{12} - \frac{x}{6}\right) + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y(x,t) = -3 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{4\pi}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$$

## 7. La velocitat de propagació de les ones

La velocitat de propagació depèn de les característiques del medi i no del tipus de vibració de l'emissor.

Obtenir les fórmules de la velocitat de propagació d'una ona per alguns medis particulars s'aparta del nivell del present curs però us dono alguns dels resultats finals que poden ser útils per resoldre alguns problemes.

| Velocitat de propagació | Medi material             | Fórmula                                       | Constants                                                                                                       |
|-------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| El so en un gas         | Qualsevol medi gasos      | $v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$ | $\gamma$ : cnt. adiabàtica<br>R: cnt gas ideal<br>T: temperatura (K)<br>M: massa kg/mol                         |
| En cordes tenses        | En cordes fils, cables... | $v = \sqrt{\frac{T}{d_L}}$                    | T: Tensió de la corda (N)<br>$d_L$ : densitat lineal de la corda (kg/m)                                         |
| Ones electromagnètiques | El buit, aire, aigua...   | $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$ | $\epsilon_0$ : Permeabilitat elèctrica absoluta del medi<br>$\mu_0$ : Permeabilitat magnètica absoluta del medi |

## 7. Què significa l'equació d'ones?



Amb aquest applet es pretén que capteu la idea de què és i que vol dir l'equació d'ones.

Executem l'applet i escriurem l'equació d'ones de l'ona que apareix a la simulació.

## Exemples

Determineu la velocitat de propagació de la llum a través del buit.

Dades:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

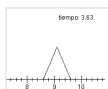
Troba la velocitat de propagació d'una ona quan es fa vibrar una corda sotmesa a una tensió de 1000 N si sabem que 60m de la mateixa tenen un pes de 6 kg.

Trobeu la velocitat del so en l'aire quan aquest té una temperatura de 40°C .

## ACTIVITATS

| LLIBRE DE TEXT | ACTIVITATS           |
|----------------|----------------------|
| -PG. 206       | <b>1, 2</b>          |
| -PG. 214       | <b>3, 4</b>          |
| -PG. 215       | <b>6b</b>            |
| -PG. 236       | <b>1, 2, 4, 5, 7</b> |

## Índex d'applets



<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/descripcion/descripcion.html#Actividades>



<http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/ones/appletsol.htm>