

L'EFECTE DOPPLER.

Introducció.

Quan un tren s'acosta a una estació tocant la sirena, notem un canvi del to en el xiulet just en el moment que la locomotora passa pel davant.

L'efecte anterior fou descobert pel físic austríac Christian Doppler l'any 1840. Posteriorment el francès Fizan el va estendre a les ones electromagnètiques.

En aquest apartat tractarem diversos casos d'estudi de l'efecte Doppler.

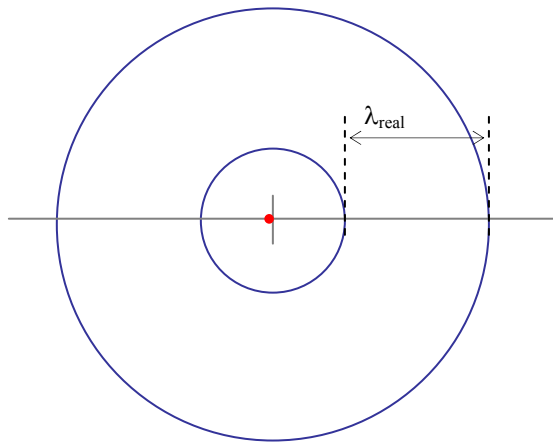
1. Emissor mòbil i observador fix.
2. Emissor fix i observador mòbil.
3. Emissor i observador mòbils.

4.3.1. Emissor mòbil i observador fix.

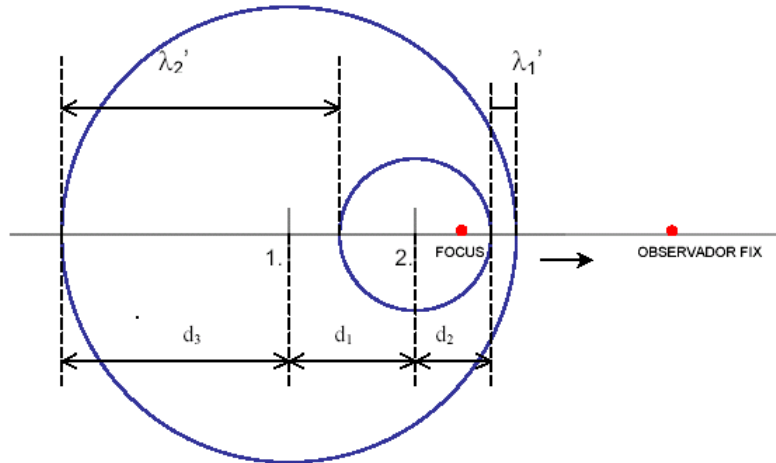
Emissor acostant-se a l'observador.

Suposem un focus puntual que vibra amb una freqüència f_{real} en el medi material, emetent ones que es propaguen a velocitat v_{ona} . Si el focus no es desplaçés, la distància entre dues

crestes d'ona consecutives és $\lambda_{real} = \frac{v_{ona}}{f_{real}}$.



Suposem però que el focus es desplaça a una velocitat constant v_{Focus} ($0 < v_{Focus} < v_{ona}$). En un cert instant de temps el focus emet un front d'ona F_1 . Al cap d'un període de temps T el focus emetrà un segon front d'ona F_2 . Cal tenir en compte que el focus s'ha mogut en aquest T una distància d_1 ($d_1 = v_{Focus} \cdot T$), i que per tant els dos fronts són emesos des de dos punts totalment diferents. Com podeu veure en el dibuix adjunt per davant del focus emissor els fronts d'ona es comprimeixen i per tant la longitud d'ona es contrau. L'efecte que es produeix és simple, apareix un efecte d'augment de la freqüència del so. En canvi per darrera la longitud d'ona s'eixampla i per tant apareix un efecte de disminució de la freqüència.



Si l'observador està per davant del focus, aquest notarà que dos fronts d'ona consecutius arriben amb un interval de temps menor (T_{aparent}) i per tant sentirà una freqüència aparent major.

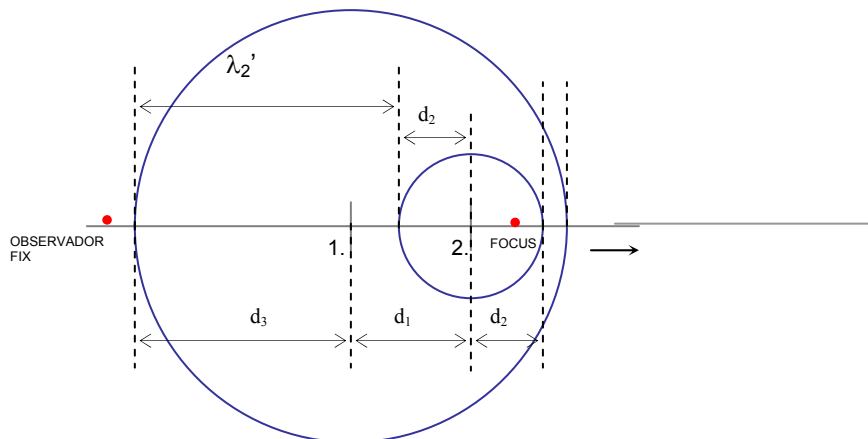
$$\left. \begin{aligned} d_1 + d_2 + \lambda_{\text{aparent}} &= v_{\text{ona}} \cdot (t + T) \\ d_1 &= v_{\text{Focus}} \cdot T \\ d_2 &= v_{\text{ona}} \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} v_{\text{Focus}} \cdot T + v_{\text{ona}} \cdot t + \lambda_{\text{aparent}} = v_{\text{ona}} \cdot (t + T) \\ v_{\text{Focus}} \cdot T + v_{\text{ona}} \cdot t + \lambda_{\text{aparent}} = v_{\text{ona}} \cdot t + v_{\text{ona}} \cdot T \end{cases} \Rightarrow v_{\text{Focus}} \cdot T + \lambda_{\text{aparent}} = v_{\text{ona}} \cdot T \Rightarrow \lambda_{\text{aparent}} = (v_{\text{ona}} - v_{\text{Focus}}) \cdot T$$

Com que la longitud d'ona aparent λ_{aparent} està relacionada amb la freqüència aparent a través de l'equació $\lambda_{\text{aparent}} \cdot f_{\text{aparent}} = v_{\text{ona}}$, aïllant λ_{aparent} d'aquesta i substituint:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{aparent}} &= (v_{\text{ona}} - v_{\text{Focus}}) \cdot T \\ \lambda_{\text{aparent}} &= \frac{v_{\text{ona}}}{f_{\text{aparent}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_{\text{ona}}}{f_{\text{aparent}}} = (v_{\text{ona}} - v_{\text{Focus}}) \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow f_{\text{aparent}} = \frac{v_{\text{ona}}}{(v_{\text{ona}} - v_{\text{Focus}})} \cdot f$$

Emissor allunyant-se de l'observador.

Si el focus s'allunya de l'observador, aquest captarà dos fronts d'ona consecutius amb una diferència de temps major.



$$\left. \begin{aligned} \lambda'_2 &= d_3 + d_1 - d_2 \\ d_2 &= v_{\text{ona}} \cdot t \\ d_1 &= v_{\text{Focus}} \cdot T \\ d_3 &= v_{\text{ona}} \cdot (t + T) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_2 = v_{\text{ona}} \cdot (t + T) + v_{\text{Focus}} \cdot T - v_{\text{ona}} \cdot t \Rightarrow v_{\text{ona}} \cdot t + v_{\text{ona}} \cdot T + v_{\text{Focus}} \cdot T - v_{\text{ona}} \cdot t = \lambda'_2 \Rightarrow \\ \lambda'_2 = (v_{\text{ona}} + v_{\text{Focus}}) \cdot T \end{cases}$$

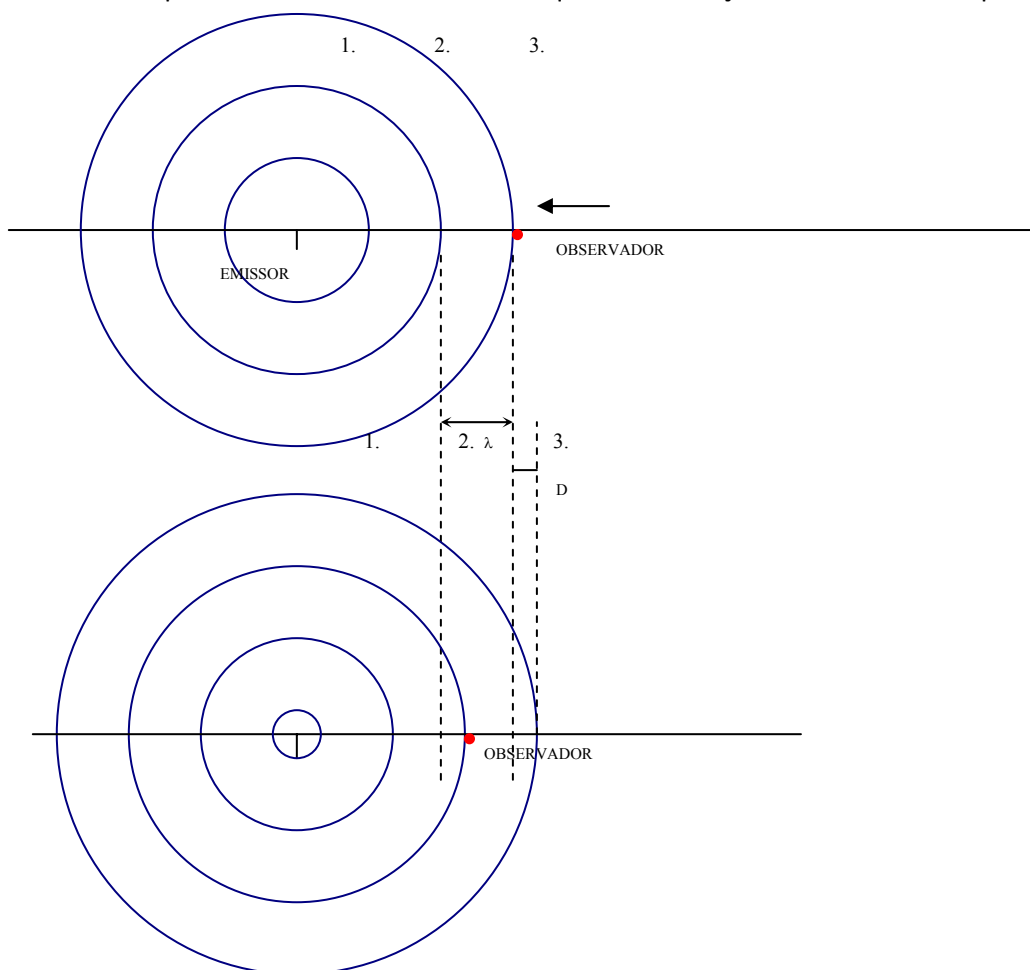
On λ'_2 està relacionada amb la freqüència aparent f'_2 a través de l'equació $\lambda'_2 \cdot f'_2 = v_{\text{ona}}$

$$\left. \begin{aligned} \lambda'_2 &= (v_{\text{ona}} + v_{\text{Focus}}) \cdot T \\ \lambda'_2 &= \frac{v_{\text{ona}}}{f'_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v}{f'_2} = (v_{\text{ona}} + v_{\text{Focus}}) \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow f'_2 = \frac{v}{(v_{\text{ona}} + v_{\text{Focus}})} \cdot f$$

Emissor fix i observador mòbil.

Observador acostant-se a l'emissor.

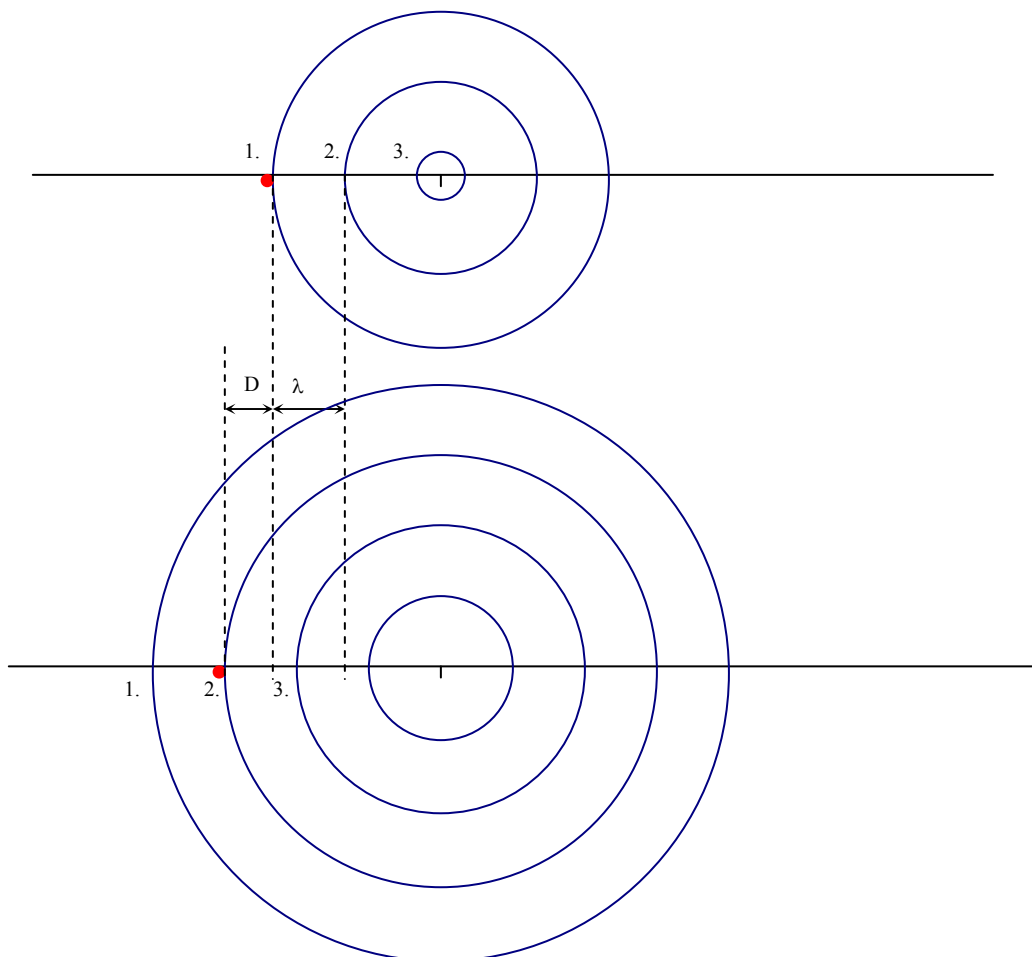
Un focus emissor emet ones amb una freqüència f que es propaguen a una velocitat v_{ona} . Simultàniament un observador es mou cap a l'emissor amb velocitat v_{obs} de manera que en el seu viatge travessa successivament els diferents fronts d'ona consecutius generats per l'emissor. El temps que triga l'observador en creuar dos fronts consecutius és T' i a més recorre la distància $\lambda - D$ per creuar-los. Aleshores veiem que l'ona avança D en el mateix temps.



$$\left. \begin{aligned}
 D &= v_{\text{ona}} \cdot T' \\
 \lambda - D &= v_{\text{obs}} \cdot T' \\
 \lambda &= v_{\text{ona}} \cdot T \\
 f' &= \frac{1}{T'} \\
 f &= \frac{1}{T}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned}
 v_{\text{ona}} \cdot T - v_{\text{ona}} \cdot T' &= v_{\text{obs}} \cdot T' \Rightarrow (v_{\text{ona}} + v_{\text{obs}}) \cdot T' = v_{\text{ona}} \cdot T \Rightarrow \\
 \frac{1}{(v_{\text{ona}} + v_{\text{obs}}) \cdot T'} &= \frac{1}{v_{\text{ona}} \cdot T} \Rightarrow \boxed{f' = \frac{v_{\text{ona}} + v_{\text{obs}}}{v_{\text{ona}}} \cdot f}
 \end{aligned} \right.$$

Observador allunant-se de l'emissor.

Ara l'observador s'allunya amb una velocitat v_{obs} ($0 < v_{\text{obs}} < v_{\text{ona}}$) de l'emissor. Dos fronts d'ona consecutius trigaran un temps T' en atrapar l'observador. En aquest temps l'ona avança una distància $D + \lambda$ i l'observador ha avançat D . Aleshores podem escriure:



$$\left. \begin{aligned}
 \lambda + D &= v_{\text{ona}} \cdot T' \\
 D &= v_{\text{obs}} \cdot T' \\
 \lambda &= v_{\text{ona}} \cdot T \\
 f' &= \frac{1}{T'} \\
 f &= \frac{1}{T}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{\text{ona}} \cdot T + v_{\text{obs}} \cdot T' = v_{\text{ona}} \cdot T' \Rightarrow v_{\text{ona}} \cdot T = (v_{\text{ona}} - v_{\text{obs}}) \cdot T' \Rightarrow \frac{1}{T'} = \frac{v_{\text{ona}} - v_{\text{obs}}}{v_{\text{ona}} \cdot T} \Rightarrow f' = \frac{v_{\text{ona}} - v_{\text{obs}}}{v_{\text{ona}}} \cdot f$$

Emissor mòbil i observador mòbil.

Quan hi ha moviment simultani de l'emissor i de l'observador, aleshores les fórmules anteriors es combinen obtenint les següents relacions per a cada un dels casos possibles.

Emissor i observador acostant-se mútuament.

$$f' = \frac{v_{\text{ona}} + v_{\text{obs}}}{v_{\text{ona}} - v_{\text{Focus}}} \cdot f$$

L'emissor perseguint l'observador.

$$f' = \frac{v_{\text{ona}} - v_{\text{obs}}}{v_{\text{ona}} - v_{\text{Focus}}} \cdot f$$

L'observador persegueix l'emissor.

$$f' = \frac{v_{\text{ona}} + v_{\text{obs}}}{v_{\text{ona}} + v_{\text{Focus}}} \cdot f$$

Emissor i observador allunyant-se mútuament.

$$f' = \frac{v_{\text{ona}} - v_{\text{obs}}}{v_{\text{ona}} + v_{\text{Focus}}} \cdot f$$