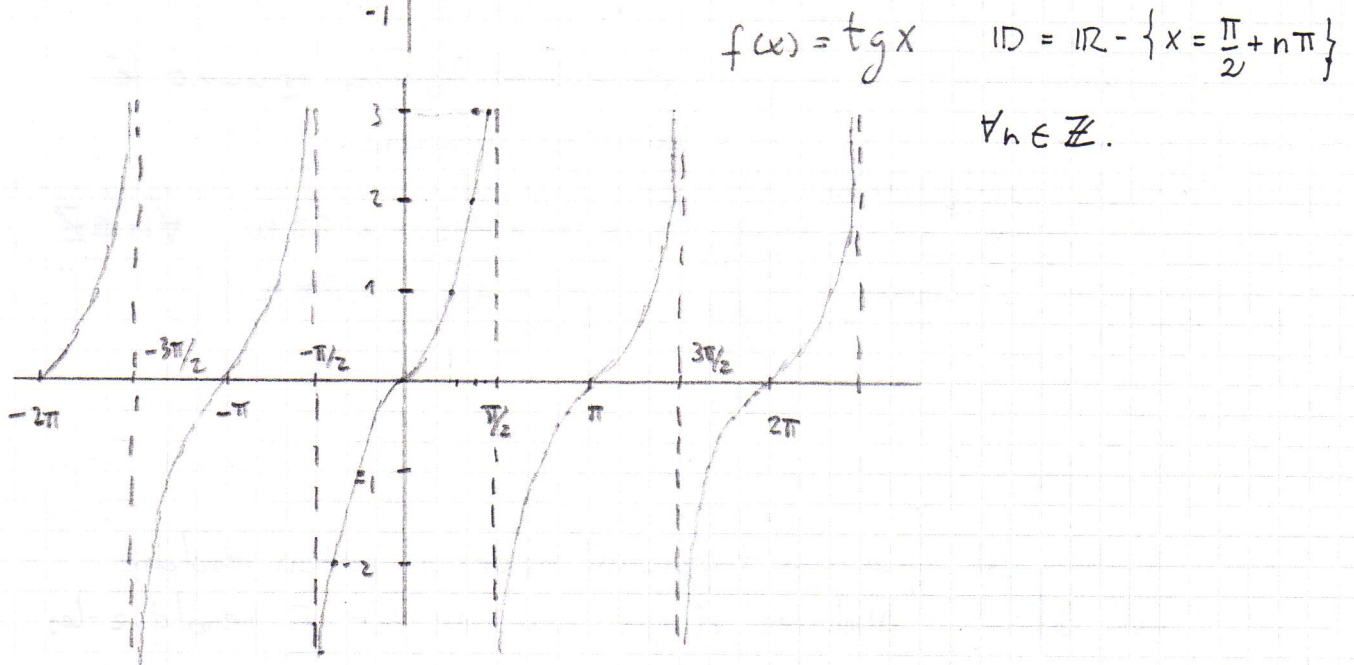
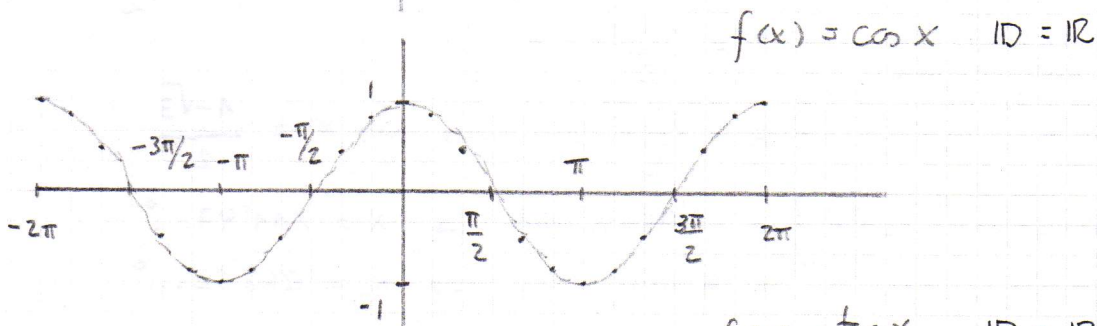
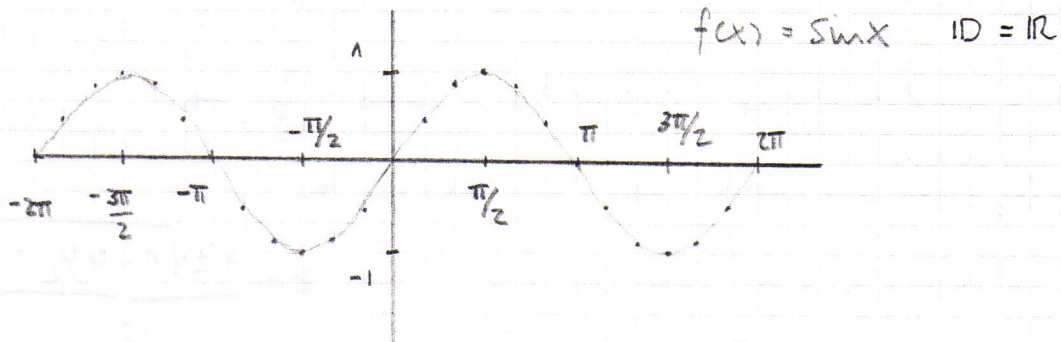


TEMA 9. Funcions trigonomètriques, Equacions i sistemes d'equacions trigonomètriques.

9.1. Funcions trigonomètriques.

Per poder representar les funcions $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$ i $f(x) = \operatorname{tg} x$ haurem de prendre x en radians.



9.2. Fonctions trigonométriques inverses ou réciproques.

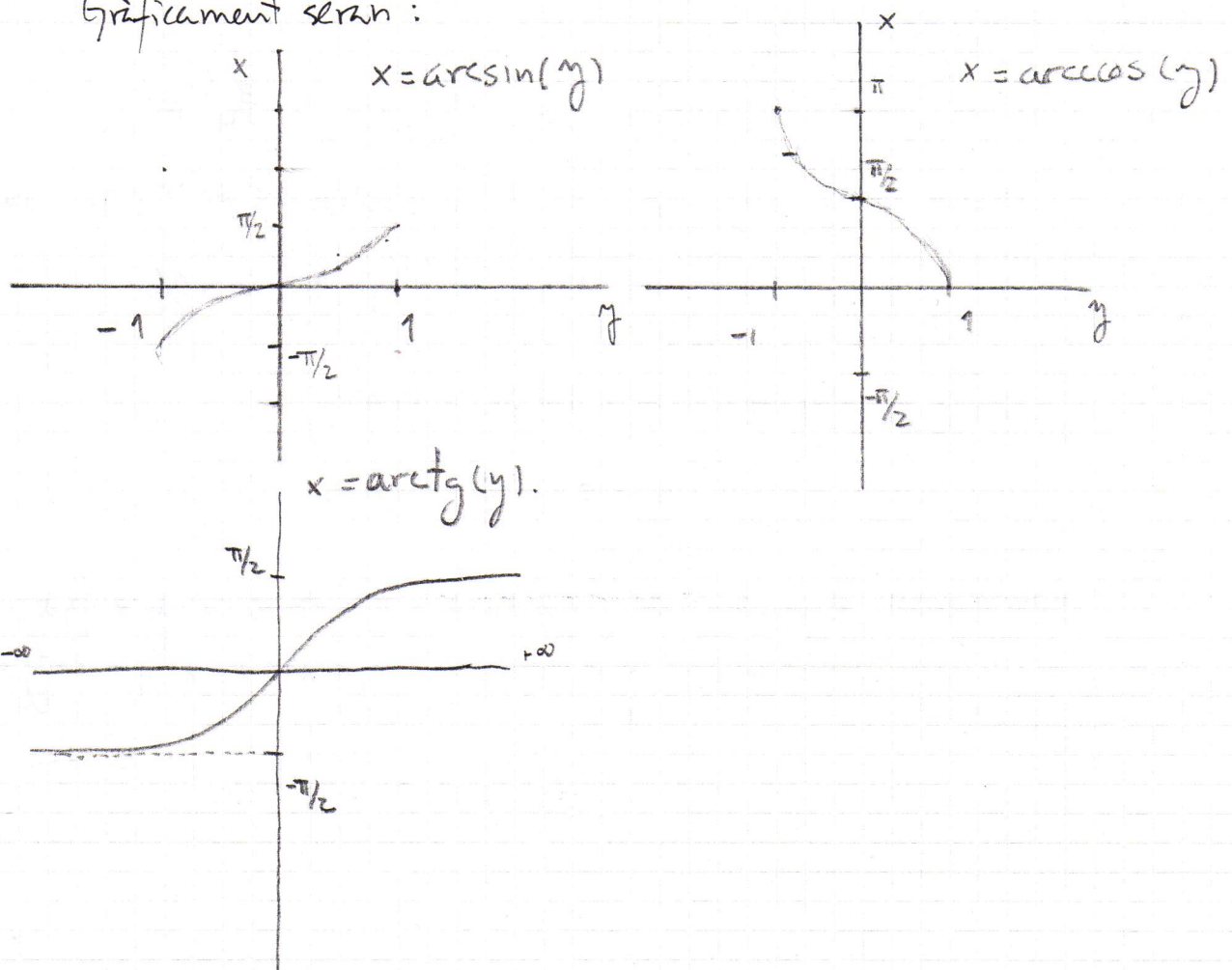
Es la funció que s'obté quan aïllem l'angle de les funcions trigonomètriques anteriors. És a dir.

$$y = \sin x \Rightarrow x = \arcsin(y)$$

$$y = \cos x \Rightarrow x = \arccos(y)$$

$$y = \operatorname{tg} x \Rightarrow x = \operatorname{arctg}(y).$$

Gràficament seran:



9.3. Equacions trigonomètriques.

Són equacions que la incògnita a trobar està dins d'una funció trigonomètrica.

Com passa a totes les equacions les equacions trigonomètriques poden tenir una, cap, o més d'una solució inclús infinites.

Exemples.

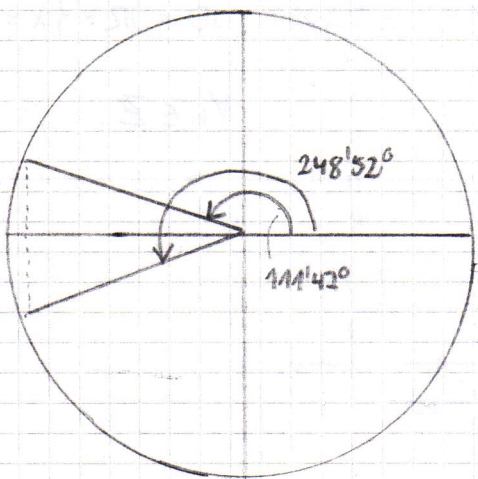
$$\sin^2 x + \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow 1 - \cos^2 x + \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$0 = -\frac{1}{2} - \cos x + \cos^2 x \rightarrow z = \cos x \rightarrow$$

$$0 = -\frac{1}{2} - z + z^2 \rightarrow \text{Eq 2n grau} \rightarrow z = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1}}{2}$$

$$z = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \rightarrow \begin{cases} z = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} > 1 \\ z = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} > -1 \rightarrow \cos x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$x = \arccos \left\{ \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right\} = 1'945... \text{ rad.} \rightarrow x_1 = 111'47...^\circ \\ = 4'337... \text{ rad.} \rightarrow x_2 = 248'52...^\circ$$



En realitat aquesta equació té infinites solucions.

$$x_1 = 1'945... + 2\pi n \quad \forall n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = 4'337... + 2\pi n$$

No totes les equacions trigonomètriques es poden resoldre per càlcul, Aleshores el que hem de fer és resoldre-les gràficament.

$$\text{p.e.} \quad \cos^2 x + \sin x (1 + \operatorname{tg} x) = \sqrt{1 - \sin x}$$

9.4. Sistemes d'equacions trigonomètriques.

És el format per més de dues incògnites que estàn dins d'una funció trigonomètrica.

$$\text{p.e. } \begin{cases} \sin x - \cos y = 1/2 \\ \cos y + \sin x = 1/4 \end{cases}$$

Igual que els sistemes d'equacions lineals podem trobar sistemes compahbles indeterminats, determinats o incompatibles.

$$\begin{cases} \sin x - \cos y = 1/2 \\ \cos y + \sin x = 1/4 \end{cases} \Rightarrow 2\sin x = 3/4 \Rightarrow$$

$$\sin x = 3/8 \Rightarrow x = 22'02'' + 360^\circ \cdot n \text{ ó } x = 157'48'' + 360^\circ \cdot n$$

$$\cos y = 1/4 - \sin x \Rightarrow \cos y = 1/4 - 3/8 = -1/8$$

$$\cos y = -1/8 \Rightarrow y = 97'18'' + 360^\circ \cdot n$$

$$y = -97'18'' + 360^\circ \cdot n$$

~~EXERCICIS~~: A partir de $y = \sin x$, $y = \cos x$ i $y = \tan x$ representen $y = \operatorname{cosec} x$, $y = \sec x$ i $y = \cot x$