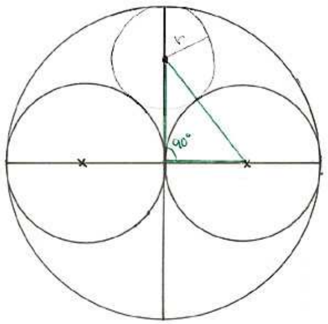
Savina Paül Santaulària 4t ESO B

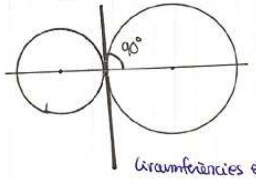
El problema del ventall

Els cercles de la figura són tangents de dos en dos. Trobem la relació entre els radis, r i R, del cercle més petit i el cercle que inclou tot el disseny, si els altres dos cercles inscrits són iguals i els seus centres estan sobre el diàmetre del cercle gran. Utilitzeu el resultat per fer la construcció de la figura.



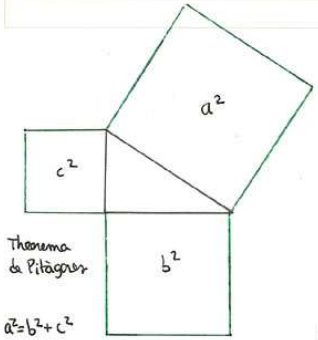
Dintre d'una gran circumferència en trobem tres de més petites: dues d'iguals amb un centre que coneixem i la tercera, més petita, veiem que el seu centre es troba sobre la perpendicular del diàmetre, però no sabem en quin punt d'ella. Com que les tres circumferències es toquen (són circumferències tangents) els centres i el punt de tangència estan en línea recta.

Tracem la recta que va del centre de la circumferència petita al centre de qualsevol de les dues circumferències iguals, utilitzarem la de la dreta. Al traçar-la podem veure un triangle rectangle,



Circumferències en tangència.

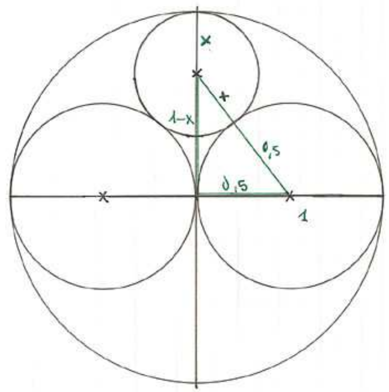
format amb l'angle de 90° que formen el diàmetre i la perpendicular, que utilitzant el <u>Theorema de Pitàgores</u> ens ajudarà a saber el radi de la c. petita, i així, trobar en quin punt està situat el centre.



Theorema de Pitàgores

$a^2=b^2+c^2$

El Theorema de Pitàgores diu que en un triangle rectangle la hipotenusa al quadrat és igual a la suma dels catets al quadrat. $\boxed{a^2=b^2+c^2}$



Utilitzarem la incògnita x per designar el radi de la circumferència petita, i direm que la mida del radi de la circumferència més gran, la que engloba les altres mesura 1, així ja podem crear una equació, que serà:

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=(1-x)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Solució de l'equació:

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=(1-x)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1-2x+x^2+\frac{1}{4}$$

$$x^2+x+\frac{1}{4}=1-2x+x^2+\frac{1}{4}$$

$$x^2+x+2x-x^2=1+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$$

$$3x=1$$

$$\boxed{x=\frac{1}{3}}$$

El radi de la circumferència petita és un terç del radi gran on es troba situada.

Interpretació:

En un full mil·limetrat he dibuixat la figura (ventall) amb les eines de dibuix tècnic, tenint i utilitzant mides exactes i sabent que el radi de la circumferència petita és $\frac{1}{3}$ del radi de la circumferència més gran, i que per tant per trobar el centre hem de dividir el radi en tres parts. Per fer-ho he utilitzat el <u>Theorema de Thales</u>, però també podria fer-ho utilitzant el regle i dividint la mesura del radi entre tres.

Interpretació i construcció