

1. Simplifiqueu i racionalitzeu quan calgui de manera que en els resultats no apareguin exponents negatius ni fraccionaris. (No utilitzeu els nombres decimals ni la calculadora):

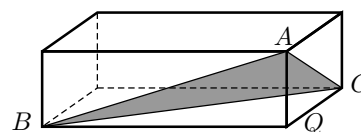
a) $\frac{\sqrt{xy^3} \sqrt[4]{xy}}{\sqrt[6]{x^5y}}$ b) $\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{3}{2 - \sqrt{5}}$ c) $\frac{(0.001)^{0.25}}{\sqrt[3]{100^{-10}}}$.

2. Considereu els polinomis $p(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 5$ i $d(x) = x - 2$.

- Trobeu el quocient i el residu de la divisió de $p(x)$ entre $d(x)$ i comproveu que el resultat és correcte a partir de la definició de divisió de polinomis.
- Sabem que la divisió de $t(x) = x + k$ entre $d(x)$ té el mateix residu que la divisió de l'apartat (a). Trobeu el valor de k .
- Trobeu la descomposició factorial de $p(x)$.

3. Resoleu l'equació $2 \cos^3 x + 3 \sin^2 x = 1$.

4. En el ortoedre adjunt es tenen les mesures de les arestes següents: $QB = 6$, $QA = 2$ i $QC = 4$. Calculeu l'àrea del triangle ABC .



5. Siguin els punts del pla $A(1, 1)$, $B(4, -3)$ i $P(5, 2)$.

- Trobeu el punt M tal que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{0}$.
- Trobeu l'equació general de la recta que passa per P , paral·lela al segment AB .
- Trobeu els vèrtexs C i D del rectangle $ABCD$ en què els costats AB i BC satisfan $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{AB}|$.
- Trobeu l'equació de la circumferència de centre P , tangent a la recta que conté AB .

6. Sigui la funció $f(x) = 2 - \sqrt{x - 3}$.

- Trobeu l'equació de la recta tangent al gràfic de f en el punt $x = 4$.
- Trobeu la funció f^{-1} inversa de f , i l'equació de la recta tangent al gràfic de f^{-1} en $x = 1$.
- Representeu sobre uns mateixos eixos, f , f^{-1} i les dues rectes tangents trobades.

d) Calculeu $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{f(x)}{x^2 - 8x + 7}$.

7. Considereu els prismes rectes de base quadrada tals que el costat x de la base i l'altura y del prisma satisfan $2x + y = 100$.

- Cerqueu el volum $V(x)$ del prisma en funció del costat x de la base i comproveu que satisfà

$$V(x) = 100x^2 - 2x^3, \quad \text{en què } 0 < x < 50.$$

- Calculeu $V'(x)$, feu l'estudi del signe i deduiu-ne les arestes del prisma de volum màxim.

8. Considereu la funció $f(x) = \frac{2x^2 + 4x}{(x - 2)^2}$

- Trobeu raonadament les seves asímptotes.
- Calculeu $f'(x)$, estudeu-ne el signe i deduiu els intervals de monotonia i els extrems relatius.