

1. Un rectangle de perímetre 60 cm genera un cilindre en girar al voltant d'un dels seus costats.

- a) Demostreu que el volum  $V(x)$  del cilindre en funció del costat  $x$ , en cm, que gira ve expressat per la funció

$$V(x) = \pi (30x^2 - x^3),$$

i trobeu el seu domini de validesa.

- b) Esbrineu raonadament quin és el volum màxim que pot tenir el cilindre.

2. El punt  $A(11, -2)$  pertany a una circumferència de centre  $P(3, 4)$ . Trobeu la seva equació i la de la recta tangent per  $A$ .

3. Trobeu l'equació de l'el·lipse que passa pel punt  $P(4, 6)$  i té focus  $F_1(-4, 0)$  i  $F_2(4, 0)$ .

4. La funció  $f(x) = \frac{x^3 + x + 1}{x^3}$  té derivades

$$f'(x) = \frac{-2x - 3}{x^4} \quad \text{i} \quad f''(x) = \frac{6x + 12}{x^5}.$$

- a) Estudieu i interpreteu els signes de  $f'$  i  $f''$  i els valors que les anul·len. (mètode gràfic)  
b) Trobeu les asímptotes del gràfic de  $f$  i els seus talls amb els eixos.  
c) Feu la representació gràfica de  $f$  a partir de la informació anterior.

---

5A. a) Estudieu els intervals de monotonia i els extrems locals de  $f(x) = \sqrt{x}(3x - 5)^2$ . [1]

b) Comproveu si és cert que  $f(x) = \frac{4x}{(3 - 4x)^3} \implies f'(x) = \frac{32x + 12}{(3 - 4x)^4}$ . [0.75]

c) Trobeu la funció derivada de  $f(x) = \sin^2(6x) \cdot \cos^2(6x)$ . [0.75]

d) Estudieu la continuïtat de la funció  $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x + 4}$ , en  $x = 1$  i  $x = 4$ . [1]

5B. Considereu la funció  $f(x) = 3 - \sqrt{2x - 5}$ .

a) Quin és el seu domini? [0.25]

b) Trobeu la seva funció inversa  $f^{-1}(x)$  i dibuixeu  $f$  i  $f^{-1}$ . [0.75]

c) Calculeu  $f'(3)$  utilitzant la definició de derivada. [1]

d) Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 3$ . [0.5]

e) Estudieu la continuïtat de la funció  $g(x) = \begin{cases} f(x) & , x \leq 7 \\ (20 - 3x)^5 & , x > 7, \end{cases}$  en  $x = 7$  i calculeu el valor de  $g'(8)$ . [1]