

1. Es vol construir un dipòsit sense tapa de  $32 \text{ m}^3$  de capacitat amb forma de prisma recte de base quadrada.

- a) Demostreu que la superfície  $S(x)$  de la base i de les parets del dipòsit en funció del costat  $x$ , en metres, de la base té l'expressió

$$S(x) = \frac{128 + x^3}{x}.$$

- b) Trobeu el domini de validesa de la funció  $S$  i esbrineu raonadament quina és la superfície mínima d'un dipòsit de les característiques proposades.

2. Donats els punts  $A(5, 2)$  i  $B(-1, 4)$ , trobeu l'equació de la circumferència de diàmetre  $AB$ .

3. Els punts  $(x, y)$  que satisfan l'equació  $y = 1 + \sqrt{4x - 8}$  pertanyen a una paràbola. Trobeu el focus, el vèrtex i la directriu d'aquesta paràbola.

4. La funció  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$  té derivades

$$f'(x) = \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2} \quad \text{i} \quad f''(x) = \frac{4x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}.$$

- a) Estudieu i interpreteu els signes de  $f'$  i  $f''$  i els valors que les anul·len. (mètode gràfic)  
b) Trobeu l'asíptota horitzontal del gràfic de  $f$  i els seus talls amb els eixos.  
c) Feu la representació gràfica de  $f$ .

---

5A. a) Estudieu els intervals de monotonia i els extrems locals de  $f(x) = x(x^2 - 7)^3$ . [1]

b) Comproveu si és cert que  $f(x) = \frac{3x}{(2-5x)^2} \implies f'(x) = \frac{6+15x}{(2-5x)^3}$ . [0.75]

c) Trobeu la funció derivada de  $f(x) = \arctan\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ . [0.75]

d) Estudieu la continuïtat de la funció  $f(x) = \frac{4 - \sqrt{x+8}}{x^2 - 8x}$ , en  $x = 0$  i  $x = 8$ . [1]

5B. Considereu la funció  $f(x) = \sqrt{4-x}$ .

a) Quin és el seu domini? [0.25]

b) Trobeu la seva funció inversa  $f^{-1}(x)$  i dibuixeu  $f$  i  $f^{-1}$ . [0.75]

c) Calculeu  $f'(0)$  utilitzant la definició de derivada. [1]

d) Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 0$ . [0.5]

e) Estudieu la continuïtat de la funció  $g(x) = \begin{cases} f(x) & , x < 3 \\ 1 & , x \geq 3, \end{cases}$  en  $x = 3$  i calculeu el valor de  $g'(5)$ . [1]