1bat 13/06/14

(1) $r_1: mx+y=0$

$r_2: x+4my=3$

(a) $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{4m} \Leftrightarrow$ Intersecció única

$$\Updownarrow$$

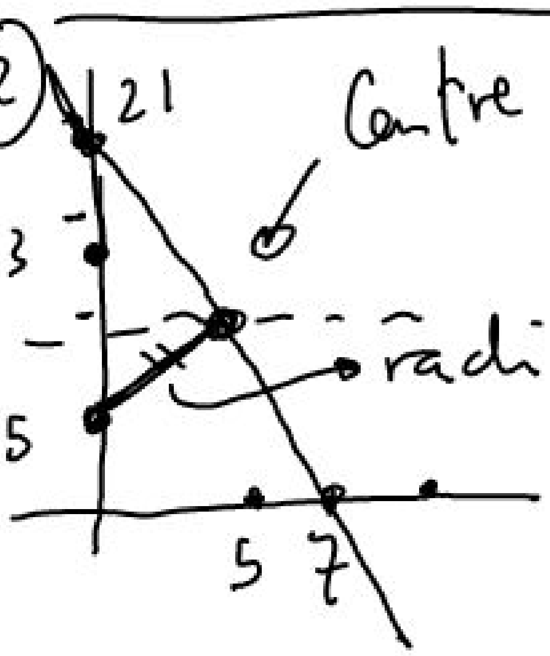
$$4m^2 \neq 1 \Leftrightarrow m^2 \neq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \boxed{m \neq \pm\frac{1}{2}}$$

(b) pendent$(r_1) = -m$

" $(r_2) = -1/4m$

$$\text{angle} = \text{atan}\left|\frac{-m+\frac{1}{4m}}{1+m\left(\frac{1}{4m}\right)}\right| \underset{(m=3)}{=} \text{atan}\left(\frac{35/12}{5/4}\right) = \text{atan}\left(\frac{7}{3}\right) = \underline{66^\circ 48' 5.07''}$$

(2)



Coordenada 'y' del centre

$$y=\frac{13+5}{2}=9$$

Coordenada x del centre

$$3x+9-21=0 \Rightarrow x=4$$

Centre: $(4,9)$

Radi: $d((4,9),(0,5))=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}$

Equació: $\boxed{(x-4)^2+(y-9)^2=32, \text{ o } x^2+y^2-8x-18y+65=0}$

(3) L'el·lipse de focus F_1 i F_2 i eix major $2a>0$ és el lloc geomètric dels punts P tals que

$d(P,F_1)+d(P,F_2)=2a$, amb la condició que $0<d(F_1,F_2)<2a$

$$P(x,y) \in \text{el·lipse} \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2+y^2}+\sqrt{(x-3)^2+y^2}=10$$

$$x^2+6x+9+y^2=100+x^2-6x+9+y^2-20\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$12x-100=20\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$3x-25=5\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$9x^2+625-150x=25x^2-150x+225+25y^2$$

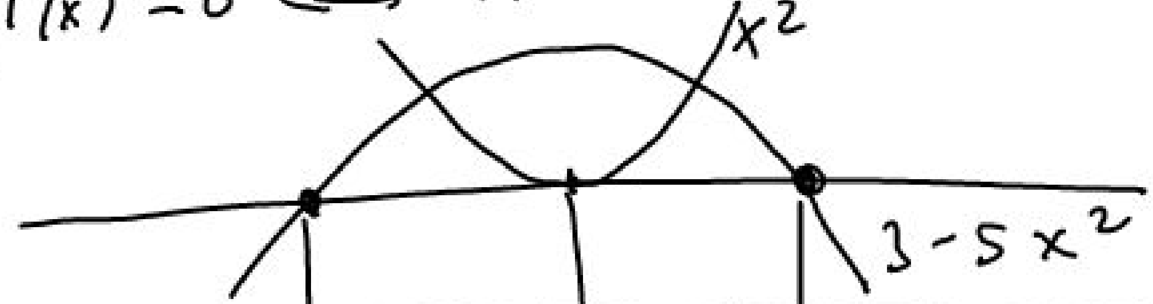
$$400=16x^2+25y^2$$

$$\boxed{1=\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}}$$

4) $f(x)=x^3-x^5$

(a) $f'(x)=3x^2-5x^4=x^2(3-5x^2)$

$f'(x)=0 \iff x=0$ o $x=\pm\sqrt{3/5}$



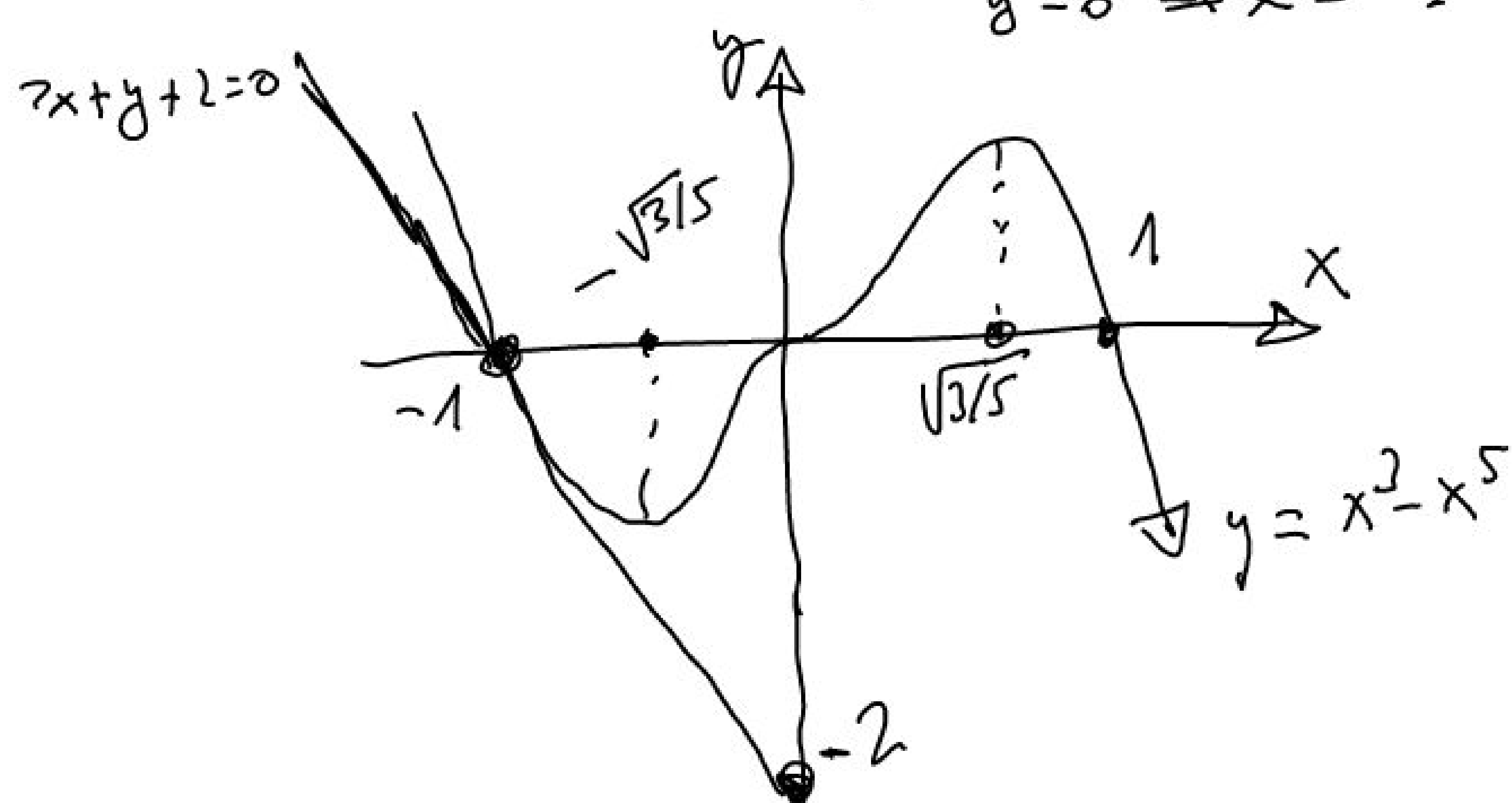
Signe de f'	+ · − ⊖	+ · + ⊕	+ · + ⊕	+ · − ⊖
Monotonia de f	↘	↗	↗	↘

Conclusió:
- f decreix en $(-\infty,-\sqrt{3/5})\cup(\sqrt{3/5},+\infty)$
- f creix en $(-\sqrt{3/5},\sqrt{3/5})$ (perquè és contínua en $x=0$)
- f té mínim local $(-\sqrt{3/5}, f(-\sqrt{3/5}))$
- f té màxim local $(\sqrt{3/5}, f(\sqrt{3/5}))$

(b) $y-f(-1)=f'(-1)(x-(-1))$

$y-0=-2(x+1) \iff \boxed{2x+y+2=0}$

c) Talls $f(x)$: $(1,0)$, $(-1,0)$, $(0,0)$ ‖ Talls recta tangent: $x=0 \Rightarrow y=-2$; $y=0 \Rightarrow x=-1$



⑤ $f(x) = \dfrac{x}{2-x}$

(a) $f'(x) = \dfrac{1(2-x)-(-1)\cdot x}{(2-x)^2} = \dfrac{2-x+x}{(2-x)^2} = \dfrac{2}{(2-x)^2}$

(b) $f'(x) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\dfrac{x+h}{2-x-h} - \dfrac{x}{2-x}}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{2h}{h(2-x-h)(2-x)}$

$= \dfrac{2}{(2-x)(2-x)} = \dfrac{2}{(2-x)^2}$

(c) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x}{2-x} = \dfrac{2}{0^-} = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x}{2-x} = \dfrac{2}{0^+} = +\infty \end{array}\right\}$ Discont. de salt infinit

(d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{2-x} = \left(\dfrac{\infty}{\infty}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\frac{2}{x}-1} = \dfrac{1}{0-1} = \boxed{-1}$

Indeterminat

Quan la variable x creix les imatges tendeixen a "−1". Això es correspon gràficament amb l'existència d'una asímptota horitzontal d'equació $y=-1$.