

Enunciat 1. Simplifiqueu sense l'ús de nombres decimals. (Cal presentar les diferents etapes del càlcul).

a) $\frac{\sqrt{10x^5} \cdot \sqrt[4]{25y^2}}{\sqrt{2x^3y}}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 4\sqrt{5}$

c) $\frac{2x^3 - x^2}{2x^3 + 9x^2 + 7x - 6}$

a) $\sqrt[4]{\frac{10^2 x^{10} 5^2 y^2}{4 x^6 y^2}} = \sqrt[4]{5^4 \cdot x^4} = \underline{5x}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 4\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{5-4} - 4\sqrt{5} = 5 + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = \underline{5 - 2\sqrt{5}}$

c) $\frac{2x^3 - x^2}{2x^3 + 9x^2 + 7x - 6} = \frac{x^2(2x-1)}{(x+2)(2x^2+5x-3)} = \frac{x^2(2x-1)}{(x+2)2(x-\frac{1}{2})(x+3)} = \frac{x^2 \cancel{(2x-1)}}{(x+2)\cancel{(2x-1)}(x+3)} =$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & 9 & 7 & -6 \\ & 2 & 5 & -3 & 0 \end{array}$$

$2x^2 + 5x - 3 = 0$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4}$

$x = \frac{1}{2}$
 $x = -3$

$$\frac{x^2}{(x+2)(x+3)}$$

Enunciat 2. Sigui $p(x) = x^3 - 4x$. Trobeu x tal $p(x)$ és màxim, (amb el mètode de l'arrel doble), i feu un esquema gràfic raonat de la funció $p(x)$.

Perfem K tal que $x^3 - 4x = K$ tingui arrel doble x_0

$$\begin{array}{r|rrrr} x_0 & 1 & 0 & -4 & -K \\ & x_0 & x_0^2 & x_0^3 - 4x_0 - K \end{array}$$

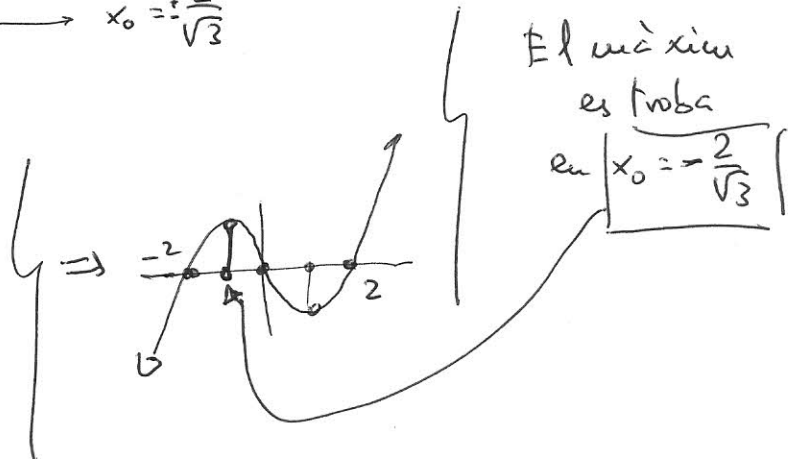
$x_0^3 - 4x_0 - K = 0$ ← Imposició de que x_0 tingui arrel doble

$$\begin{array}{r|rr} x_0 & 1 & 2x_0 \\ & 1 & 2x_0 \end{array} \quad 3x_0^2 - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x_0 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Esquema gràfic

- 1) És del tipus \curvearrowright
perquè $\lim_{x \rightarrow -\infty} p(x) = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} p(x) = +\infty$

- 2) Talls eixos Ox :
 $x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0$
 $\Rightarrow x = 0$ o $x = 2$ o $x = -2$



Enunciat 3. Calculeu el valor de $2 \cdot \binom{2017}{2015}$.

$$2 \cdot \binom{2017}{2015} = 2 \cdot \binom{2017}{2} = 2 \cdot \frac{2017 \cdot 2016}{2} = 2017 \cdot 2016 = 4066272$$

Enunciat 4. Resoleu:

a) $3x = \frac{1}{4} + \sqrt{5x - \frac{37}{48}}$ b) $8^x - 4^{x+1} = 5 \cdot 2^x$ c) $3 \log(x-6) - \log \frac{x}{3} = 2 \log 3$

a) $\left(3x - \frac{1}{4}\right)^2 = 5x - \frac{37}{48} \Leftrightarrow 9x^2 + \frac{1}{16} - \frac{3}{2}x = 5x - \frac{37}{48}$
 $\Leftrightarrow 432x^2 + 3 - 72x = 240x - 37 \Leftrightarrow 432x^2 - 312x + 40 = 0$
 $\Leftrightarrow 108x^2 - 78x + 10 = 0 \Leftrightarrow 54x^2 - 39x + 5 = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{39 \pm \sqrt{1521 - 1080}}{108} = \frac{39 \pm 21}{108} = \frac{60}{108} = \frac{5}{9}$ *no s'accepta*
 $\Leftrightarrow x = \frac{18}{108} = \frac{1}{6}$ *s'accepta*

Comprovació:

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot \frac{5}{9} &= \frac{15}{9} \\ \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{37}{48}} &= \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{288}{144}} = \frac{1}{4} + \frac{17}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot \frac{1}{6} &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{5}{8} - \frac{37}{48}} &= \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{3}{48}} = \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\}$$

b) $(2^x)^3 - 4 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x = 0 \Rightarrow z^3 - 4z^2 - 5z = 0 \Rightarrow z^2(z - 4 - 5) = 0 \Rightarrow z^2(z - 9) = 0$
 $z^x = z \Rightarrow z = 2 \pm \sqrt{4 + 5} = 2 \pm 3 = 5$ *no s'accepta*
 $\Rightarrow z(z^2 - 4z - 5) = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ o } z = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 5}}{1} = 2 \pm 3 = 5$

És a dir $2^x = 5 \Rightarrow x = \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} \approx 2,3219$

$2^x = 0 \rightarrow$ no pot ser
 $2^x = -1 \rightarrow$ no pot ser

c) $\log(x-6)^3 - \log\left(\frac{x}{3}\right) = \log 3^2 \Rightarrow \log \frac{(x-6)^3}{\frac{x}{3}} = \log 9$

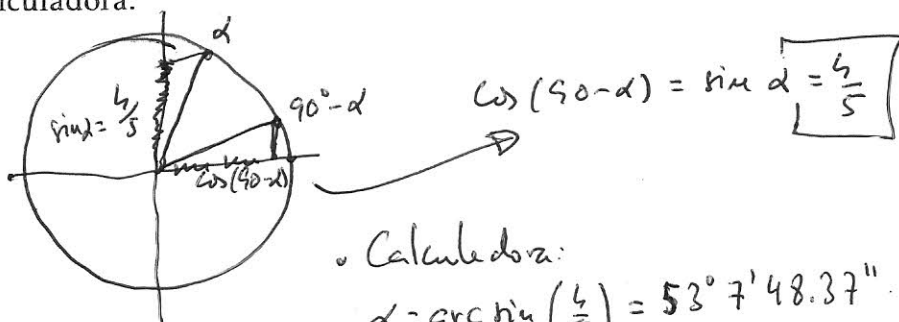
$$\Rightarrow \frac{3(x-6)^3}{x} = 9 \Rightarrow 3(x-6)^3 = 9x \Rightarrow 3(x^3 - 18x^2 + 108x - 216) = 9x$$

$$\Rightarrow 3x^3 - 54x^2 + 315x - 648 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 3 & -54 & 315 & -648 \\ & & 27 & -253 & 648 \\ \hline & 3 & -27 & 72 & 0 \end{array} \Rightarrow x = 9$$

$x = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 264}}{6} = \text{no existeix}$

Enunciat 5. Si $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ i $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, calculeu $\cos(90^\circ - \alpha)$, raonant sobre la circumferència trigonomètrica sense calculadora. Comproveu el vostre resultat amb l'ús exclusiu de la calculadora.



$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

• Calculadora:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{4}{5}\right) = 53^\circ 7' 48.37''$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \cos(36^\circ 52' 11.63'') = 0.8 = \frac{4}{5}$$

Enunciat 6. Demostreu que $\cos(90^\circ - x) = \sin x$ i trobeu tots els angles tals que $\sin(4x) + \cos(90^\circ - x) = 0$.

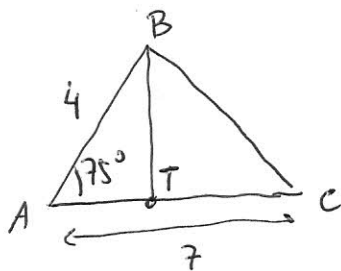
• Està demostrat en l'exercici 5 sobre la circumferència trigonomètrica

• Alternativa: $\cos(90^\circ - x) = \cos 90^\circ \cos x + \sin 90^\circ \sin x = 0 \cdot \cos x + 1 \cdot \sin x = \sin x$

$$\sin 4x + \sin x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin \frac{4x+x}{2} \cos \frac{4x-x}{2} = 0 \Leftrightarrow \sin \frac{5x}{2} \cdot \cos \frac{3x}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \frac{5x}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5x}{2} = m \cdot 180^\circ \\ \frac{3x}{2} = 90^\circ + m \cdot 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{m \cdot 360^\circ}{5} = m \cdot 72^\circ \\ x = \frac{180^\circ + m \cdot 360^\circ}{3} = 60^\circ + m \cdot 120^\circ \end{cases} \quad m \in \mathbb{Z}$$

Enunciat 7. En un triangle $\triangle ABC$ es té $AB = 4$, $AC = 7$ i $\hat{A} = 75^\circ$, Calculeu la seva àrea.

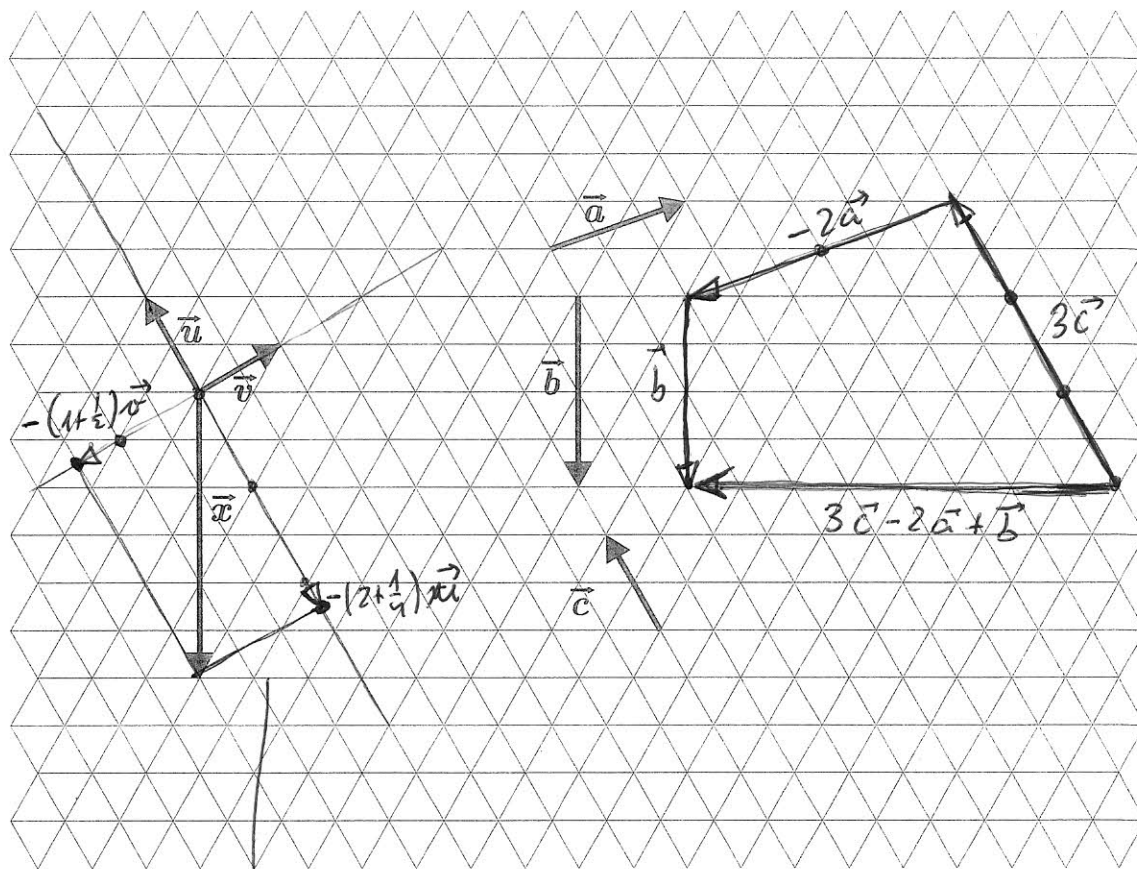


$$BT = 4 \cdot \sin 75^\circ$$

$$\text{Àrea} = \frac{AC \cdot BT}{2} = \frac{7 \cdot 4 \cdot \sin 75^\circ}{2} = 14 \cdot \sin 75^\circ \approx 13,523$$

Enunciat 8. Resoleu les dues qüestions següents:

- Trobeu gràficament les coordenades del vector \vec{x} en la base \vec{u}, \vec{v} i escriviu el seu valor numèric.
- Dibuixeu el vector $3\vec{c} - 2\vec{a} + \vec{b}$



$$-\left(2 + \frac{1}{4}\right)\vec{u} - \left(1 + \frac{1}{2}\right)\vec{v} = -\frac{9}{4}\vec{u} - \frac{3}{2}\vec{v} \Rightarrow \text{coordenades } \left(-\frac{9}{4}, -\frac{3}{2}\right)$$