

Enunciat 1. Simplifiqueu sense l'ús de nombres decimals. (Presenteu les etapes del càlcul).

a) $\frac{10}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$ b) $\frac{2x^4 - 2}{x^3 + 5x^2 - x - 5}$

a) $\frac{10}{\sqrt{3}} - \sqrt{27} = \frac{10\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} = \left(\frac{10}{3} - 3\right)\sqrt{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

b) $\frac{2(x^4 - 1)}{(x-1)(x+1)(x+5)} = \frac{2(x^2-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)(x+5)} = \boxed{\frac{2x^2+2}{x+5}}$

Amels

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 5 & -1 & -5 \\ & & 1 & 6 & 5 \\ \hline & 1 & 6 & 5 & 0 \end{array} \Rightarrow x=1$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{-6 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} -1 \\ -5 \end{array}$$

Enunciat 2. Sigui $p(x) = -2x^3 + 9x^2 - 3x - 4$. Estudieu-ne el signe a partir de la seva descomposició factorial i l'ús de gràfics de rectes i/o paràboles. A continuació feu un esquema gràfic de $p(x)$ justificat amb el resultat de l'estudi anterior.

Amels

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -2 & 9 & -3 & -4 \\ & & -2 & 7 & 4 \\ \hline & -2 & 7 & 4 & 0 \end{array} \Rightarrow x=1$$

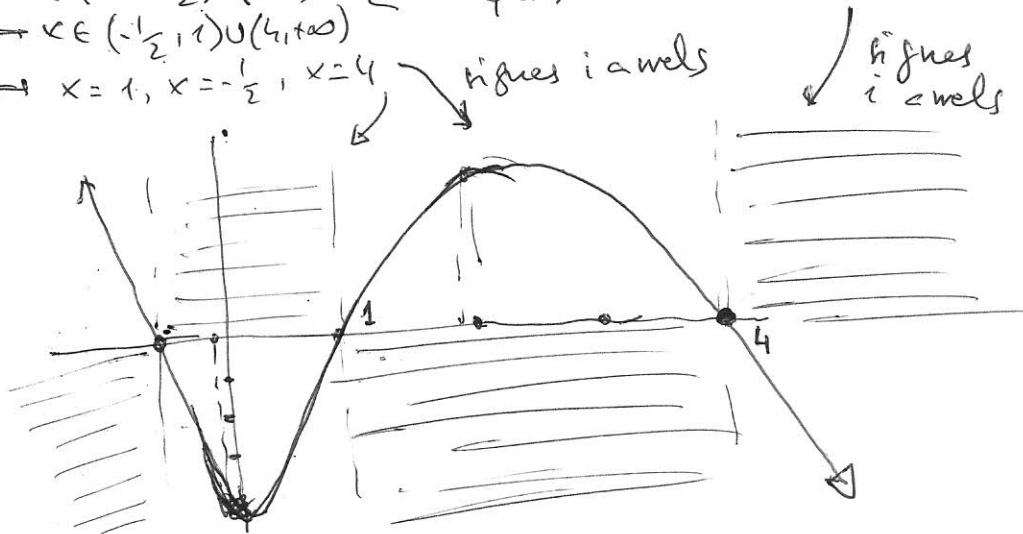
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{-4} = \frac{-7 \pm 9}{-4} \Rightarrow \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \\ 4 \end{array}$$

$$p(x) = -2(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-4)$$

$$= (x-1)(-2x-1)(x-4)$$

$x-1$	$-2x-1$	$x-4$	
-	+	-	+
+	-	+	-
-	+	-	+
$p(x)$	+	-	+

$p(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1, 4)$
 $p(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\frac{1}{2}, 1) \cup (4, +\infty)$
 $p(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -\frac{1}{2}, x = 4$



Enunciat 3. Resoleu: a) $3 = 2x + \sqrt{9 - 30x}$ b) $2 \cdot 9^x - 3 \cdot 3^x = 5$ c) $3 \cdot \sin(2x) - \cos x = 0$

a) $(3 - 2x)^2 = 9 - 30x$
 $9 + 4x^2 - 12x = 9 - 30x$
 $4x^2 + 18x = 0$
 $x(4x + 18) = 0$
 $x = 0$
 $x = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2}$

Comprovació:

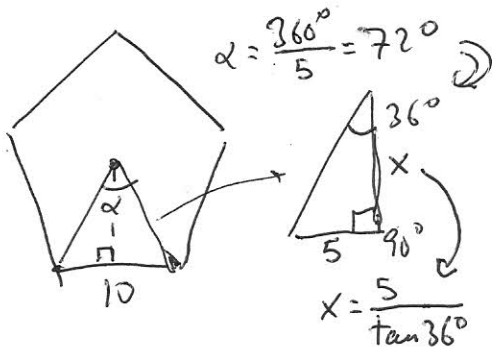
$x = 0$ $2 \cdot 0 + \sqrt{9 - 30 \cdot 0} = 3$
 $x = -\frac{9}{2}$ $2 \cdot (-\frac{9}{2}) + \sqrt{9 + 30 \cdot \frac{9}{2}} =$
 $= -9 + \sqrt{144}$
 $= -9 + 12 = 3$

Les dues solucions
 són bones $\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{9}{2} \end{array} \right.$

b) $3^x = t \Rightarrow 9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = t^2$
 $2 \cdot t^2 - 3t - 5 = 0$
 $3^x = t = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4} = \frac{5}{2} \text{ or } -1$
 $3^x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{\log(\frac{5}{2})}{\log 3} \approx 0.834$ ← solució
 $3^x = -1 \Rightarrow$ no existeix x

c) $3 \sin(2x) - \cos x = 0$
 $6 \sin x \cos x - \cos x = 0$
 $\cos x(6 \sin x - 1) = 0$
 $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + m \cdot \pi = 90^\circ + m \cdot 180^\circ$
 $6 \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{6} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 9^\circ 35' 38.65'' + m \cdot 360^\circ \\ x = 170^\circ 24' 21.3'' + m \cdot 360^\circ \end{array} \right.$

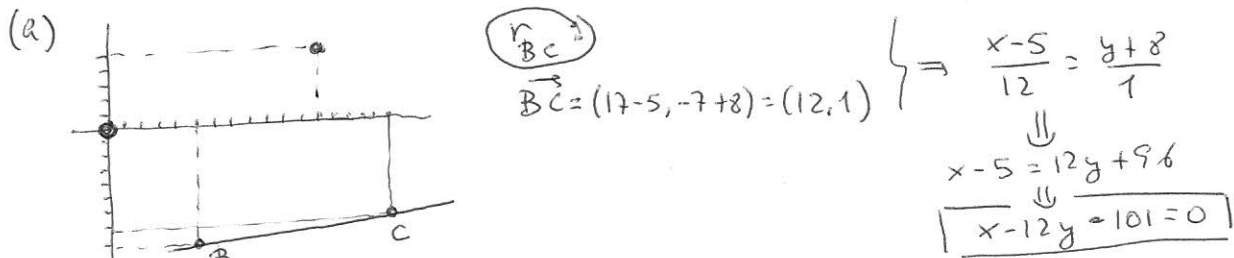
Enunciat 4. Calculeu l'àrea d'un pentàgon regular tal que el seu costat mesura 10 unitats.



Àrea = $5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x = 25 \cdot \frac{5}{\tan 36^\circ} = 172.048 \text{ m}^2$
 $\left| \frac{125}{\tan 36^\circ} \right|$

Enunciat 5. En una referència ortonormal, considereu els punts $A(0,0)$, $B(5,-8)$ i $C(17,-7)$.

- Trobeu l'equació general de la recta que passa per B i C .
- Calculeu la distància del punt A a la recta que passa per B i C .
- Trobeu la equació, el centre i el radi de la circumferència que passa per A , B i C .
- Calculeu l'àrea del triangle $\triangle ABC$.



(b) $d((0,0), x-12y-101=0) = \frac{|1 \cdot 0 - 12 \cdot 0 - 101|}{\sqrt{1^2 + 12^2}} = \frac{101}{\sqrt{145}} \approx 8.3876$

(c) **Vernís 1** $A(0,0), B(5,-8), C(17,-7)$

$$\mathcal{C}: x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

$$\begin{cases} (0,0) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow 0^2 + 0^2 + m \cdot 0 + n \cdot 0 + p = 0 \\ (5,-8) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow 5^2 + (-8)^2 + m \cdot 5 + n \cdot (-8) + p = 0 \\ (17,-7) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow 17^2 + (-7)^2 + m \cdot 17 + n \cdot (-7) + p = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 0 \\ 5m - 8n = -89 \\ 17m - 7n = -338 \end{cases} \Rightarrow$$

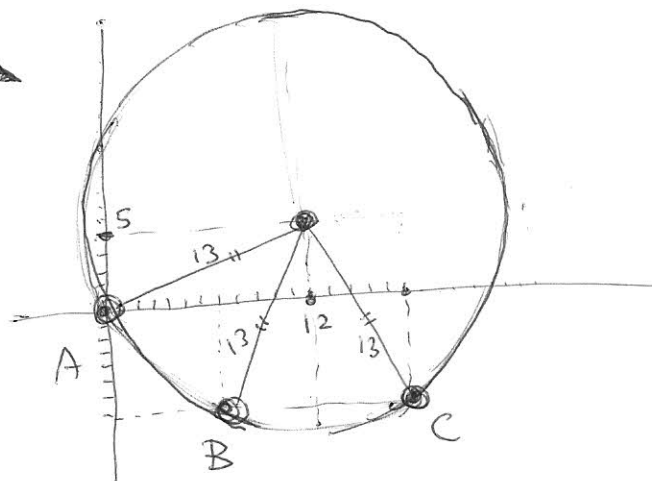
$$\Rightarrow \begin{cases} 7E_1: 35m - 56n = -623 \\ 8E_2: 136m - 56n = -2704 \\ \hline 7E_1 - 8E_2: -101m = 2081 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2081}{-101} \\ n = \frac{-177}{101} \\ p = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2081}{202} \approx 10,3020 \\ b = \frac{177}{202} \approx 0,8762 \\ r = \sqrt{\frac{4361890}{40804}} \approx 10,3392 \text{ radi} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} \\ \text{Radi} \end{array} \right.$$

Vernís 2 $A(0,0), B(7,-7), C(17,-7)$

$$\left\{ \begin{aligned} p &= 0 \\ 7m - 7n &= -98 \\ 17m - 7n &= -338 \\ \hline 10m &= -240 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} p = 0 \\ m = -24 \\ n = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 5 \\ r = \sqrt{144 + 25} = 13 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = (12, 5) \\ \text{Radi} = 13 \\ \text{Eq. } x^2 + y^2 - 24x - 10y = 0 \end{array} \right.$$

(d) Àrea: $\frac{1}{2} d(A, r_{BC}) \cdot d(B,C) = \frac{1}{2} \frac{101}{\sqrt{145}} \sqrt{12^2 + 1^2} = \frac{101}{2} = \boxed{50,5}$

Gràfic de (c) Vernís 2:



Gràfic de (d)

