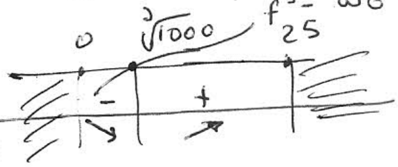
2BAT CS 7/03/16

① $C(q)=\frac{q^3}{100}+4q+20$, $0\le q\le 25$, $Q(q)=\frac{C(q)}{q}=\frac{q^2}{100}+4+\frac{20}{q}$

a) $Q(5)=\frac{25}{100}+4+\frac{20}{5}=\boxed{8,25 \text{ u.m.}}$

$Q(20)=\frac{400}{100}+4+\frac{20}{20}=4+4+1=\boxed{9 \text{ u.m.}}$



b) $Q'(q)=\frac{2q}{100}-\frac{20}{q^2}=\frac{2q^3-2000}{100q^2}=\frac{q^3-1000}{\underbrace{50q^2}_{\text{sempre positiu}}}$

L'estudi de la monotonia implica que el cost mitjà mínim es produeix quan $x=\sqrt[3]{1000}=10$ cadires i $Q(10)=\frac{100}{100}+4+\frac{20}{10}=\boxed{7 \text{ u.m.}}$

② $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+b, & x<0 \\ e^{-x}+1, & x\ge 0\end{cases}$

a) $f(0)=e^{-0}+1=e^0+1=1+1=2$

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}(e^{-x}+1)=1+1=2$

$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} x^2+2x+b=0+0+b=b$

$\Rightarrow$ f contínua en $x=0$ $\Leftrightarrow$ $b=2$

$\forall x<0$ és contínua perquè els polinomis són funcions contínues

$\forall x>0$ és " " $e^{-x}=\frac{1}{e^x}$ és fracció de contínues i $e^x\neq 0, \forall x$, i en sumar-li 1 segueix sent contínua (suma de contínues és contínua)

b) $\forall x>0 \Rightarrow f'(x)=-e^{-x}=-\frac{1}{e^x}<0$, perquè $e^x>0, \forall x$.

Per tant f és decreixent $\forall x>0$

③ $f(x)=-x^3+3x+2$

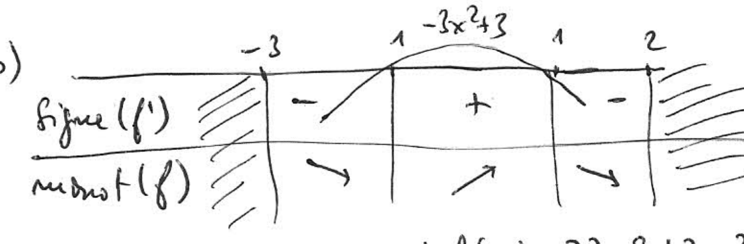
a) $y-f(-1)=f'(-1)(x-(-1))$

$f(-1)=-(-1)^3+3(-1)+2=1-3+2=0$

$f'(x)=-3x^2+3 \Rightarrow f'(1)=-3+3=0$

$\Rightarrow y-0=0(x+1)$ $\boxed{y=0}$

b)



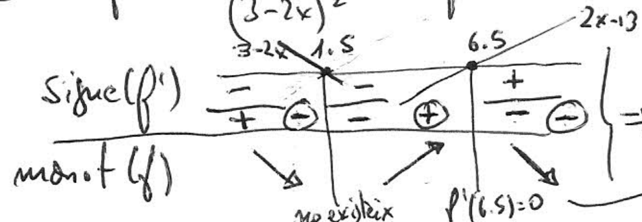
$f'(x)=0 \Leftrightarrow -3x^2+3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

$\Rightarrow$ Candidats a màxim absolut són $x=-3$ i $x=1$ (per continuïtat)

Cerquem els valors $\begin{cases} f(-3)=27-9+2=20 \\ f(1)=-1+3+2=4\end{cases}$ $\Rightarrow$ Màxim absolut en $x=-3$ de valor $f(-3)=20$

④ $f(x)=\frac{x-4}{(3-2x)^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{1(3-2x)^{\cancel{2}}-(x-4)\cdot 2\cancel{(3-2x)}(-2)}{(3-2x)^{\cancel{4}3}}=\frac{3-2x+4x-16}{(3-2x)^3}=\frac{2x-13}{(3-2x)^3}$

conserva el signe



$\Rightarrow$ monot. decreixent: $(-\infty,1.5)\cup(6.5,+\infty)$

" creixent: $(1.5, 6.5)$

Màxim local: $(6.5, f(6.5))$

⑤ $f(x)=x^5+5x^3+2x=x(x^4+5x^2+2)$

$x>0$, $x^4+5x^2+2\ge 2>0, \forall x$

$x<0$, $x^4+5x^2+2\ge 2>0, \forall x$

$\Rightarrow$ $f(x)>0$, si $x>0$; $f(x)<0$, si $x<0$; $f(x)=0$, si $x=0$

$f'(x)=\underbrace{5x^4+15x^2}_{\ge 0}+2 \ge 0+2>0 \Rightarrow f$ monòtona creixent, $\forall x$

per ser exponent parell, $5x^4+15x^2\ge 0$

⑥ Període llarg d'anys $\Rightarrow x \xrightarrow{\text{tendeix}} +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{9x+10\ln\left(\frac{x}{3}\right)}{4x+3} = \lim_{x\to+\infty} \frac{9x}{4x+3} + \frac{10\ln\left(\frac{x}{3}\right)}{4x+3} = \lim \frac{9}{4+3/x} + \frac{10\ln\left(\frac{x}{3}\right)}{4x+3}$$

$$= \frac{9}{4} + \lim \frac{10\ln\left(\frac{x}{3}\right)}{4x+3} = \frac{9}{4} + \lim_{x\to+\infty} \frac{10\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{x}{3}\right)^{-1}}{4} = \frac{9}{4} + \lim_{x\to+\infty} \frac{10x^{-1}}{4} = \lim_{x\to+\infty} \frac{10}{4x} + \frac{9}{4} = \boxed{\frac{9}{4}}$$

$(+\infty)$

$\frac{10}{4x} \to 0 \Leftarrow$

Sí

2250€ setmanals