

1. Opereu, presentant els passos intermedis:

a)  $9 - 4 : 2 = 9 - 2 = \boxed{7}$ .

b)  $5 \cdot 3 - 8 : 2 = 15 - 4 = \boxed{11}$ .

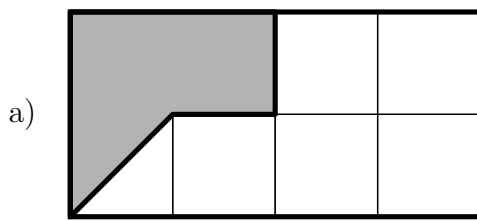
c)  $3 + 4 \cdot (5 - 2) = 3 + 4 \cdot 3 = 3 + 12 = \boxed{15}$ .

d)  $(4 \cdot 27 - 2) : 2 = (108 - 2) : 2 = 106 : 2 = \boxed{53}$ .

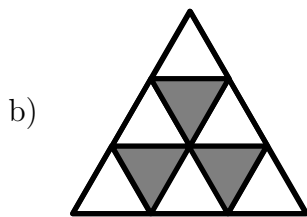
2. Tenim un nombre tal que la seva expressió en base 7 és 1436. Trobeu el seu valor en base 10.

$1436_{(7)} = 1 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7 + 6 = 343 + 196 + 21 + 6 = \boxed{566}$ .

3. Representeu en forma de fracció la part ombrejada respecte de tota la figura.



El rectangle es compon de 16 triangles, (meitats de cada quadrat), iguals. La part ombrejada està formada de 5 d'aquests triangles. Per tant, la fracció demanada és  $\boxed{\frac{5}{16}}$ .



Aquí només cal comparar la superfície de tres triangles amb la superfície de 9 triangles, tots iguals. Així, la solució és  $\frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$ .

4. Considereu el nombre 126. Trobeu:

- a) Els seus divisors primers.
- b) La seva descomposició en factors primers.
- c) Tots els divisors menors que 10.
- d) El primer múltiple més gran que el número 8950.

$$\left. \begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{a) Divisors primers: } \boxed{2, 3 \text{ i } 7}. \\ \text{b) } \boxed{126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7}. \\ \text{c) Divisors menors que 10: } \boxed{1, 2, 3, 6, 7 \text{ i } 9}. \end{array}$$

d)  $8950 \overline{)126} \begin{array}{r} 0130 \\ \underline{004} \end{array} \Rightarrow 126 \cdot 71 = 8946 \Rightarrow \text{la solució és } 126 \cdot 72 = \boxed{9072}$ .

5. Calculeu el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple de 198 i 156.

$$\left. \begin{array}{c|c|c|c} 198 & 2 & 156 & 2 \\ 99 & 3 & 78 & 2 \\ 33 & 3 & 39 & 3 \\ 11 & 11 & 13 & 13 \\ 1 & & 1 & \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \\ 156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{mcd}(198, 156) = 2 \cdot 3 = 6 \\ \text{mcm}(198, 156) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 13 = 5148 \end{array}$$

6. La Nerea vol muntar unes prestatgeries de manera que tots els prestatges tinguin la mateixa longitud. Per fer els prestatges té dos taulons de fusta de 264 cm i 484 cm que ha de tallar en trossos d'igual longitud. Si aquests trossos han de tenir la longitud més gran possible, quants prestatges li sortiran?

La longitud de cada prestatge ha de ser un divisor de 264 i de 484. A més, l'enunciat diu que ha de ser el més gran possible. Per tant,  $\boxed{\text{longitud d'un prestatge} = \text{mcd}(264, 484)}$ . Llavors,

$$\left. \begin{array}{c|c|c|c} 264 & 2 & 484 & 2 \\ 132 & 2 & 242 & 2 \\ 66 & 2 & 121 & 11 \\ 33 & 3 & 11 & 11 \\ 11 & & 1 & \\ 1 & & & \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 264 = 2^3 \cdot 3 \cdot 11 \\ 484 = 2^2 \cdot 11^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{mcd}(264, 484) = 2^2 \cdot 11 = 44 \text{ cm. Per tant,}$$

Nombre de prestatges =  $264 : 44 + 484 : 44 = 6 + 11 = \boxed{17 \text{ prestatges}}$ .

7. Calculeu i expresseu el resultat en forma de potència de base un nombre primer, presentat els passos intermedis:

a)  $2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = \boxed{2^8}$ .

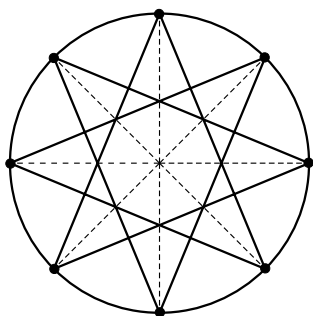
b)  $3^5 : 3^3 = 3^{5-3} = \boxed{3^2}$ .

c)  $17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 = \boxed{2^6}$ .

d)  $(5^3)^4 : 5^3 = 5^{12} : 5^3 = 5^{12-3} = \boxed{5^9}$ .

e)  $(4^3)^4 : (2^{10} \cdot 4^5) = 4^{12} : (2^{10} \cdot (2^2)^5) = (2^2)^{12} : (2^{10+10}) = 2^{24-20} = \boxed{2^4}$ .

8. Dibuixeu a mà alçada l'estrella (8,3) amb l'ajut de la circumferència adjunta. Expliqueu la condició que han de complir els números  $n$  i  $k$  d'una estrella de tipus  $(n, k)$ , perquè pugui ser dibuixada d'una sola traçada. Digueu raonadament, a partir de l'explicació anterior, si es pot dibuixar d'una traçada l'estrella (75,9).



La condició és que  $\boxed{\text{mcd}(n, k) = 1}$ , és a dir,  $\boxed{\text{han de ser primers entre si}}$ .

Quant a la segona pregunta, l'estrella (75,9) no pot ser dibuixada d'una sola traçada, perquè

$$\left. \begin{array}{l} 75 = 5^2 \cdot 3 \\ 9 = 3^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{mcd}(75, 9) = 3 \neq 1.$$

**9.** En una ciutat 8 de cada 25 habitants tenen carnet de conduir cotxes. Si hi ha un total de 42275 habitants, quants n'hi ha que tinguin carnet de conduir cotxes?

Hi ha  $42275:25=1691$  grups de 25 habitants. Llavors com que els podem classificar de manera que 8 de cada grup no tenen carnet, resulten

$$1691 \cdot 8 = \boxed{13528 \text{ habitants amb carnet}}.$$

**10.** Trobeu una fracció equivalent a  $\frac{2}{15}$  i una altra d'equivalent a  $\frac{3}{10}$  que tinguin el mateix denominador.

Només cal buscar un múltiple comú dels denominadors, per exemple  $30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10$ .

$$\frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 15} = \boxed{\frac{4}{30}} \quad \text{i} \quad \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 10} = \boxed{\frac{9}{30}}.$$

**11.** Trobeu les fraccions irreductibles equivalents a:

a)  $\frac{135}{75} = \frac{27}{15} = \boxed{\frac{9}{5}}.$

b)  $\frac{128}{384} = \frac{64}{192} = \frac{32}{96} = \frac{16}{48} = \boxed{\frac{1}{3}}.$

També es podia simplificar directament, utilitzant el comú divisor més gran, és a dir,

$$\left. \begin{array}{l} 135 = 3^3 \cdot 5 \\ 75 = 3 \cdot 5^2 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{l} 128 = 2^7 \\ 384 = 2^7 \cdot 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{mcd}(135, 75) = 15 \\ \text{mcd}(128, 384) = 128 \end{array}$$

**12.** La Marina ha recorregut  $\frac{3}{11}$  d'una excursió. De quants kilòmetres consta la totalitat del recorregut si porta caminats 1020 m.

Com que porta caminades 3 parts del recorregut, cada part d'aquest té  $1020 : 3 = 340$  m. Llavors la totalitat del recorregut consta de

$$340 \cdot 11 = \boxed{3740 \text{ m}}.$$

**13.** En Nencho ha comprat unes sabates per fer esport que costaven 48 euros, però li han fet una rebaixa del 15%. Quant ha pagat finalment per les sabates?

Si de cada 100 euros en paga només  $100 - 15 = 85$ , de cada euro en paga  $85 : 100 = 0.85$ . Llavors, de 48 euros, en pagarà

$$0.85 \cdot 48 = \boxed{40.80 \text{ euros}}.$$