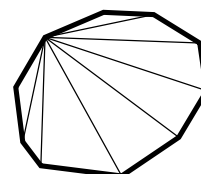


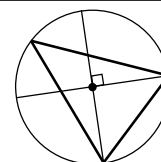
**1. Trobeu raonadament:**

- La suma d'angles interiors d'un decàgon.
- El valor de cadascun dels angles interiors d'un decàgon regular.

a) Si tracem totes les diagonals possibles des d'un vèrtex qualsevol, el decàgon queda dividit en 8 triangles. Llavors la suma d'angles del decàgon és la d'aquests vuit triangles. És a dir  $8 \cdot 180^\circ = \boxed{1440^\circ}$ .



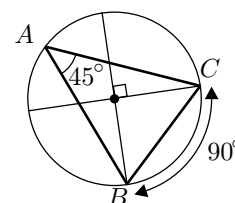
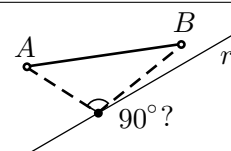
b) En ser tots els angles iguals, només cal dividir la suma anterior per 10. Resulta que el valor de cadascun dels angles interiors és  $\frac{1440^\circ}{10} = \boxed{144^\circ}$ .

**2. Trobeu raonadament els angles del triangle de la figura adjunta, si sabem que és isòsceles.**

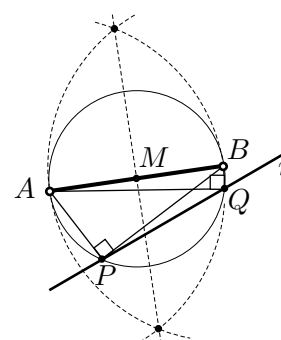
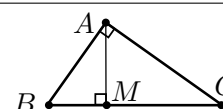
En ser els diàmetres perpendiculars, l'angle  $\hat{A}$  mesura  $\frac{90^\circ}{2} = \boxed{45^\circ}$ .

Els altres dos angles  $\hat{B}$  i  $\hat{C}$ , en ser iguals, mesuren

$$\frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = \frac{135^\circ}{2} = \boxed{67.5^\circ}.$$

**3. Expliqueu raonadament com utilitzaríeu el compàs i el regle sense marques per trobar els punts de la recta  $r$  des dels quals es veu el segment  $AB$  sota un angle de  $90^\circ$ .**

Només cal construir la circumferència de diàmetre  $AB$ . Llavors els punts  $P$  i  $Q$  d'intersecció d'aquesta circumferència amb la recta  $r$ , són els punts buscats. Efectivament, es compleix que  $\widehat{APB} = \widehat{AQB} = 90^\circ$  perquè són angles inscrits que subtendeixen un arc de  $180^\circ$ .

**4. Trobeu raonadament el valor dels segments  $AB$  i  $AM$ , si sabem que el triangle  $\triangle ABC$  és rectangle,  $BM = 4$  i  $MC = 9$ .**

- Pel teorema del catet,  $AB = \sqrt{BM \cdot BC} = \sqrt{4(4+9)} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \approx 7.21$ .
- Pel teorema de l'altura,  $AM = \sqrt{BM \cdot MC} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$ .

5. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar els nombres decimals:

$$a) \frac{38}{60} + \frac{35}{90} = \frac{19}{30} + \frac{7}{18} = \frac{57 + 35}{90} = \frac{92}{90} = \boxed{\frac{46}{45}}.$$

$$b) 3 - \frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{3}{8} = \frac{72 - 18 + 4 - 9}{24} = \boxed{\frac{49}{24}}.$$

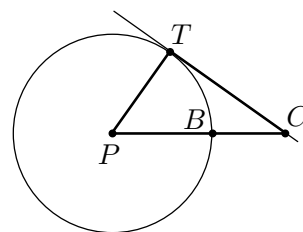
$$c) 20 - 12 \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = 20 - 12 \cdot \frac{4+3}{12} = 20 - (4+3) = 20 - 7 = \boxed{13}.$$

$$d) \frac{6 - \frac{1}{6}}{4 - \frac{11}{48} \cdot 2} = \frac{\frac{36-1}{6}}{4 - \frac{11}{24}} = \frac{\frac{35}{6}}{\frac{96-11}{24}} = \frac{35}{6} \cdot \frac{24}{85} = \frac{7 \cdot 4}{17} = \boxed{\frac{28}{17}}.$$

6. Escriviu les definicions de:

- a) Mitjanes d'un triangle: Cadascuna de les rectes que passa per un vèrtex i el punt mitjà del costat oposat.
- b) Ortocentre d'un triangle: Punt en què es tallen les altures d'un triangle.
- c) Amplitud d'un arc: Mesura de l'angle central determinat per l'arc.
- d) Trapezi: Quadrilàter amb dos costats paral·lels i dos costats oposats no paral·lels.

7. Trobeu l'àrea del triangle  $\triangle PTC$  si sabem que la recta que conté el segment  $CT$  és tangent a la circumferència,  $PT = 28$  cm i  $BC = 25$  cm.



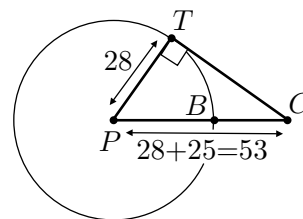
El triangle  $\triangle PTC$  és rectangle en  $T$ . Per tant la seva àrea és

$$\frac{PT \cdot TC}{2} = \frac{28 \cdot TC}{2}.$$

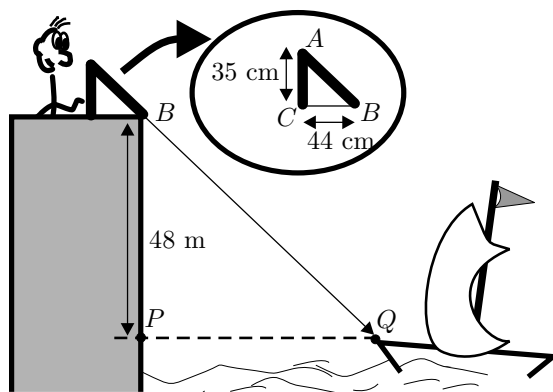
Ens falta el valor de  $TC$  que podem calcular amb el teorema de Pitàgoras.

$$TC^2 = PC^2 - PT^2 = 53^2 - 28^2 = 2025 \implies TC = \sqrt{2025} = 45.$$

$$\text{Finalment, } \text{àrea}(\triangle PTC) = \frac{28 \cdot 45}{2} = \boxed{630 \text{ cm}^2}.$$



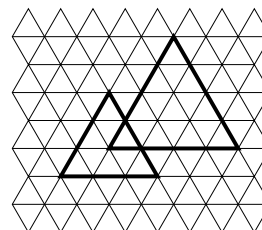
8. Amb les dades de la figura, calculeu la distància de la barca a la torre.



Segons la figura els triangles  $\triangle ACB$  i  $\triangle BPQ$  són semblants perquè tenen els angles iguals. Això és així en ser  $AC$  i  $BP$  paral·lels i  $AQ$  secant i, a més, els angles en  $P$  i  $C$  rectes. Llavors els costats són proporcionals i, per tant,

$$\frac{PQ}{44} = \frac{48}{35} \Rightarrow PQ = \frac{44 \cdot 48}{35} \approx \boxed{60.34 \text{ m}}.$$

9. Els dos triangles de la figura adjunta són equilàters. Si el perímetre del triangle més gran és de 48 cm, calculeu l'àrea del més petit.

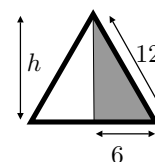


La raó de semblança a partir del de la mesura dels costats (he utilitzat la xarxa de triangles) és  $\frac{\text{costat del petit}}{\text{costat del gran}} = \frac{3}{4}$ .

Llavors el costat del triangle petit és igual a  $\frac{48}{3} \cdot \frac{3}{4} = 12 \text{ cm}$ .

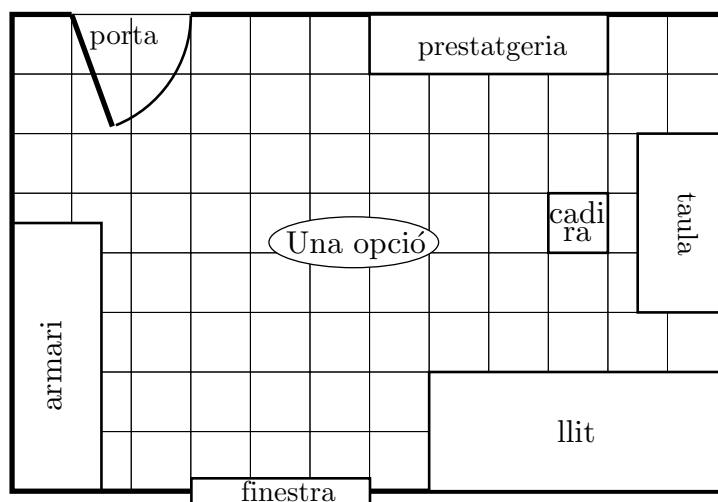
Per calcular l'altura apliquem el teorema de Pitàgoras:  $h = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3}$ .

Finalment l'àrea és igual a  $\frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = \boxed{36\sqrt{3} \approx 62.35 \text{ cm}^2}$ .



10. En el plànol adjunt, cada rajola mesura 8 mm de costat. D'altra banda, el llit mesura a la realitat 2 m x 0.80 m.

- Calculeu l'escala del plànol, les mesures de l'armari i trobeu la raó entre l'àrea real de l'habitació i l'àrea d'aquesta en el plànol.
- Dibuixeu en el plànol una prestatgeria de 1.60 m x 0.40 m, una taula de 1.20 m x 0.60 m i una cadira de 0.40 m x 0.40 m.



a) El llit en el plànol mesura 16 mm x 40 mm. Per tant, l'escala (o raó de semblança amb l'habitació) és

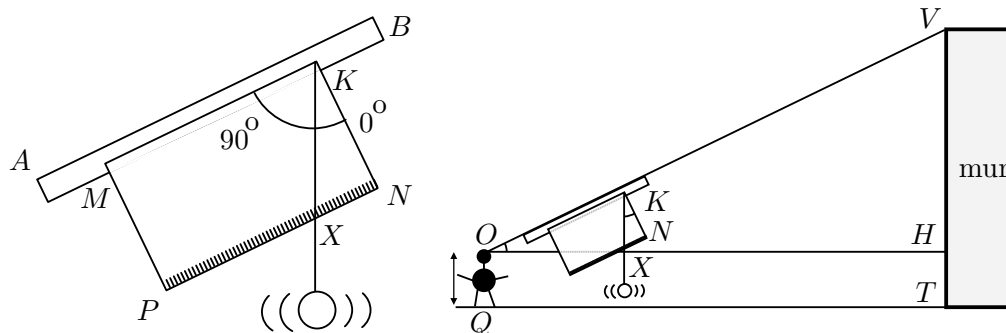
$$\frac{16 \text{ mm}}{0.80 \text{ m}} = \frac{40 \text{ mm}}{2 \text{ m}} = \frac{40 \text{ mm}}{2000 \text{ mm}} = \frac{1}{50}, \text{ és a dir, } \boxed{1 : 50}.$$

Mesura de l'armari:  $36 \cdot 50 \text{ mm} \times 12 \cdot 50 \text{ mm} = \boxed{1.80 \text{ m} \times 0.60 \text{ m}}$ .

$$\frac{\text{Àrea real de l'habitació}}{\text{Àrea de l'habitació en el plànol}} = \left(\frac{50}{1}\right)^2 = \boxed{2500}.$$

b) Mireu el plànol.

11.



a) En els triangles  $\triangle KNX$  i  $\triangle OHV$  quins angles són iguals?

$$\boxed{\widehat{K} = \widehat{O}, \quad \widehat{N} = \widehat{H}, \quad \widehat{X} = \widehat{V}}.$$

b) Perquè els triangles  $\triangle KNX$  i  $\triangle OHV$  són semblants?

Perquè, com es presenta al'apartat anterior, tenen els angles iguals.

c) Si  $KN = 15$  cm,  $NX = 11$  cm,  $QT = 40$  m i  $OQ = 1.70$  m, calculeu  $VT$ .

$$\frac{VH}{XN} = \frac{OH(=QT)}{KN} \Rightarrow VT = VH + HT = \frac{QT \cdot XN}{KN} + HT = \frac{40 \cdot 11}{15} + 1.7 \approx \boxed{31.03 \text{ m}}.$$