

1. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar la calculadora ni el llenguatge decimal:

$$\text{a) } \frac{3 - \frac{1}{5} \left(4 - \frac{1}{10} \right)}{3 - \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{3}} \quad \text{b) } \frac{0.03^{-2} \cdot 0.81}{0.3^{-2}}.$$

$$\text{a) } \frac{3 - \frac{1}{5} \left(4 - \frac{1}{10} \right)}{3 - \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 - \frac{1}{5} \cdot \frac{40-1}{10}}{3 - \frac{2}{45}} = \frac{\frac{150-39}{50}}{\frac{135-2}{45}} = \frac{\frac{111}{50}}{\frac{133}{45}} = \frac{111}{133} \cdot \frac{45}{50} = \frac{111 \cdot 9}{133 \cdot 10} = \boxed{\frac{999}{1330}}.$$

$$\text{b) } \frac{0.03^{-2} \cdot 0.81}{0.3^{-2}} = \frac{\left(\frac{100}{3} \right)^2 \cdot \frac{81}{99}}{\left(\frac{10}{3} \right)^2} = \frac{\frac{10^4 \cdot 81}{9 \cdot 99}}{\frac{10^2}{9}} = \frac{10^4 \cdot 81 \cdot 9}{9 \cdot 99 \cdot 10^2} = \frac{10^2 \cdot 9}{11} = \boxed{\frac{900}{11}}.$$

2. Opereu i simplifiqueu i presenteu el resultat en forma d'enter o fracció d'enters:

$$\text{a) } \frac{\left(\frac{5}{3} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{10^3}{9} \right)^2}{\left(\frac{10^2}{3} \right)^2} \quad \text{b) } \frac{(a \cdot b^{-2})^3 \cdot a^5 \cdot b}{(a^3 \cdot b^2)^{-5}}.$$

$$\text{a) } \frac{\left(\frac{5}{3} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{10^3}{9} \right)^2}{\left(\frac{10^2}{3} \right)^2} = \frac{\frac{3^2}{5^2} \cdot \frac{10^6}{(3^2)^2}}{\frac{10^4}{3^2}} = \frac{3^2 \cdot 10^6 \cdot 3^2}{10^4 \cdot 5^2 \cdot 3^4} = \frac{10^2}{5^2} = \frac{100}{25} = \boxed{4}.$$

$$\text{b) } \frac{(a \cdot b^{-2})^3 \cdot a^5 \cdot b}{(a^3 \cdot b^2)^{-5}} = a^{3+5-(-15)} \cdot b^{-6+1-(-10)} = \boxed{a^{23} \cdot b^5}.$$

3. Resoleu:

$$\text{a) } 5x - 2(x - 1) = 3(2x - 3).$$

$$\text{b) } x - \frac{7-x}{15} = 2 + \frac{x+2}{6}.$$

$$\text{c) } \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right) - \frac{7}{4} = x(x+2).$$

$$\text{a) } 5x - 2(x - 1) = 3(2x - 3)$$

$$\iff 5x - 2x + 2 = 6x - 9 \iff (5 - 2 - 6)x = -9 - 2 \iff -3x = -11$$

$$\iff x = \frac{-11}{-3} \iff \boxed{x = \frac{11}{3}}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x - \frac{7-x}{15} &= 2 + \frac{x+2}{6} \quad \left(\text{m.c.m.}(15, 6) = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30 \right) \\ \iff 30x - \frac{30}{15}(7-x) &= 30 \cdot 2 + \frac{30}{6}(x+2) \iff 30x - 14 + 2x = 60 + 5x + 10 \\ \iff (30 + 2 - 5)x &= 60 + 10 + 14 \iff 27x = 84 \iff x = \frac{84}{27} \iff \boxed{x = \frac{28}{9}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{7}{4} &= x(x+2) \\ \iff x^2 - \frac{1}{4} - \frac{7}{4} &= x^2 + 2x \iff -\frac{8}{4} = 2x \iff x = -\frac{8}{8} \iff \boxed{x = -1}. \end{aligned}$$

4. En una població el 43.3% dels habitants tenen carnet de conduir. La tercera part dels que no tenen carnet van algun cop a la setmana en autobús. Si hi ha 7560 habitants que ni tenen carnet de conduir, ni van algun cop a la setmana en autobús, quants habitants té la població?

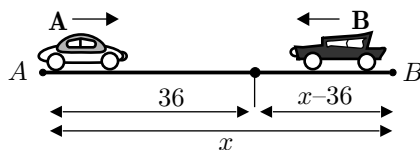
Sigui x = nombre total d'habitants. Llavors,

Habitants	Nombre
Amb carnet	$\frac{43.3}{100} x = 0.433 x$
Sense carnet i van en bus	$\frac{1}{3} \left(1 - \frac{43.3}{100}\right) x = \frac{1}{3} \cdot \frac{56.7}{100} x = 0.189 x$
Sense carnet i no van en bus	$\frac{2}{3} \cdot \frac{56.7}{100} x = 0.378 x = 7560$

Per tant, el nombre total d'habitants és $x = \frac{7560}{0.378} = \boxed{20000}$.

5. Un cotxe surt del punt A a les 11 h 30 min, a 84 km/h, en direcció a B . Un altre cotxe surt de B a les 11 h 35 min, a 63 km/h, en direcció a A . En el moment que es troben estan a 36 km d' A . Quina distància hi ha entre A i B i a quina hora es troben?

Siguin **A** el cotxe que surt d' A , **B** el que surt de B i x la distància entre els punts A i B .



De la informació d'**A**, obtenim

$$t = \frac{36}{84} = \frac{3}{7} \approx 0.4826 \text{ h} \approx 25 \text{ min } 42.9 \text{ s}.$$

Consegüentment, es trobaran a les

$$11 \text{ h } 30 \text{ min} + 25 \text{ min } 42.9 \text{ s} = \boxed{11 \text{ h } 55 \text{ min } 42.9 \text{ s}}$$

Cotxe	espai	veloc	temps
A	36	84	t
B	$x - 36$	63	$t - \frac{5}{60}$
	km	km/h	h

$$\text{De la informació de } \mathbf{B} \text{ s'obté } x = 36 + 63 \cdot \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{12}\right) = 36 + 63 \cdot \frac{29}{84} = 36 + \frac{3 \cdot 29}{4} = \boxed{57.75 \text{ km}}.$$