IES Pons d'Icart – 29/II/2008
MATEMÀTIQUES – 3R ESO C **Nom** ____________________
Equacions i transformacions $4+1.5+1.5+1.5+1.5$

1. Resoleu les equacions següents:

a) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{6}=\dfrac{x}{5}+1 \overset{(\times 30)}{\Longrightarrow} 15x-5x=6x+30 \Longrightarrow (15-5-6)x=30$

$\Longrightarrow 4x=30 \Longrightarrow x=\dfrac{30}{4} \Longrightarrow x=\boxed{\dfrac{15}{2}}.$

b) $x^2+7x=0 \Longrightarrow x(x+7)=0 \Longrightarrow x=0 \text{ o } x+7=0 \Longrightarrow \boxed{x=0,\ x=-7}.$

c) $4x^2-5x-6=0 \Longrightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+96}}{8}=\dfrac{5\pm 11}{8}= \begin{cases} \dfrac{16}{8}=\boxed{2} \\ -\dfrac{6}{8}=\boxed{-\dfrac{3}{4}}. \end{cases}$

d) $(2x+3)^2=x^2+\dfrac{x+1}{2} \Longleftrightarrow 4x^2+12x+9=x^2+\dfrac{x+1}{2} \Longleftrightarrow 8x^2+24x+18=2x^2+x+1$

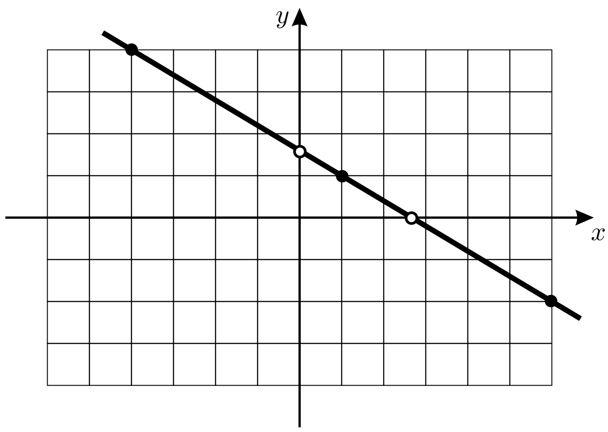
$\Longleftrightarrow 6x^2+23x+17=0$

$\Longleftrightarrow x=\dfrac{-23\pm\sqrt{529-408}}{12}=\dfrac{-23\pm 11}{12}= \begin{cases} \dfrac{-12}{12}=\boxed{-1} \\ \dfrac{-34}{12}=\boxed{-\dfrac{17}{6}}. \end{cases}$

2. Considereu l'equació $3x+5y=8$. Dibuixeu el gràfic determinat per les seves solucions i calculeu les coordenades dels punts on talla els eixos de coordenades.

Cerquem tres solucions de l'equació. Aquestes determinen la recta sobre la que es troben totes les solucions.

x	$y=\dfrac{8-3x}{5}$
1	1
6	−2
−4	4



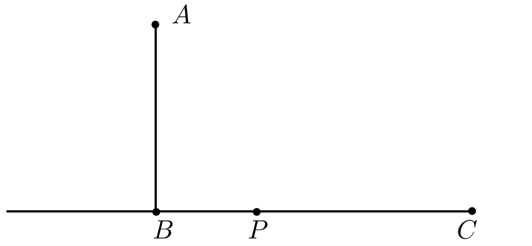
Els talls d'aquesta recta amb els eixos estan determinats per les condicions:

- Tall amb l'eix d'abscisses (eix OX): $y=0 \Longrightarrow \dfrac{8-3x}{5}=0 \Longrightarrow 8-3x=0 \Longrightarrow \boxed{x=\dfrac{8}{3}\approx 2.67}.$
- Tall amb l'eix d'ordenades (eix OY): $x=0 \Longrightarrow y=\dfrac{8-3\cdot 0x}{5}=0 \Longrightarrow \boxed{y=\dfrac{8}{5}=1.6}.$

3. Tenim les dades següents de la figura adjunta:

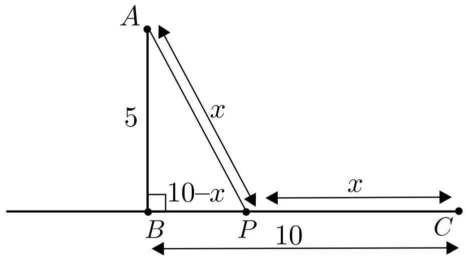
$$AB = 5 \text{ cm}, \qquad BC = 10 \text{ cm},$$
$$\angle ABC = 90^\circ, \quad AP = PC.$$

Calculeu la distància entre P i C



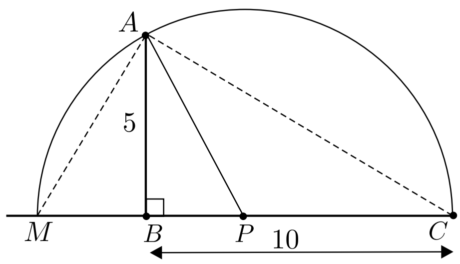
• **Resolució 1:** Anomenem $x =$ longitud de PC.
Llavors $AP = x$ i $PB = 10 - x$.
Per tant, en ser el triangle $\triangle ABP$ rectangle podem aplicar el teorema de Pitàgoras i tenim

$$AP^2 = AB^2 + BP^2 \Longrightarrow x^2 = (10-x)^2 + 5^2$$
$$\Longrightarrow x^2 = 100 - 20x + x^2 + 25 \Longrightarrow 20x = 125$$
$$\Longrightarrow PC = x = \frac{125}{20} = \boxed{6.25 \text{ cm}}.$$



• **Resolució 2:** El triangle $\triangle CAM$ és rectangle en A perquè CM és diàmetre d'un cercle. Si apliquem el teorema de l'altura sobre $\triangle CAM$, tenim

$$5^2 = MB \cdot 10 \Longrightarrow MB = \frac{25}{10} = 2.5$$



Llavors

$$PC = \frac{MC}{2} = \frac{MB + BC}{2} = \frac{2.5 + 10}{2} = \boxed{6.25 \text{ cm}}.$$

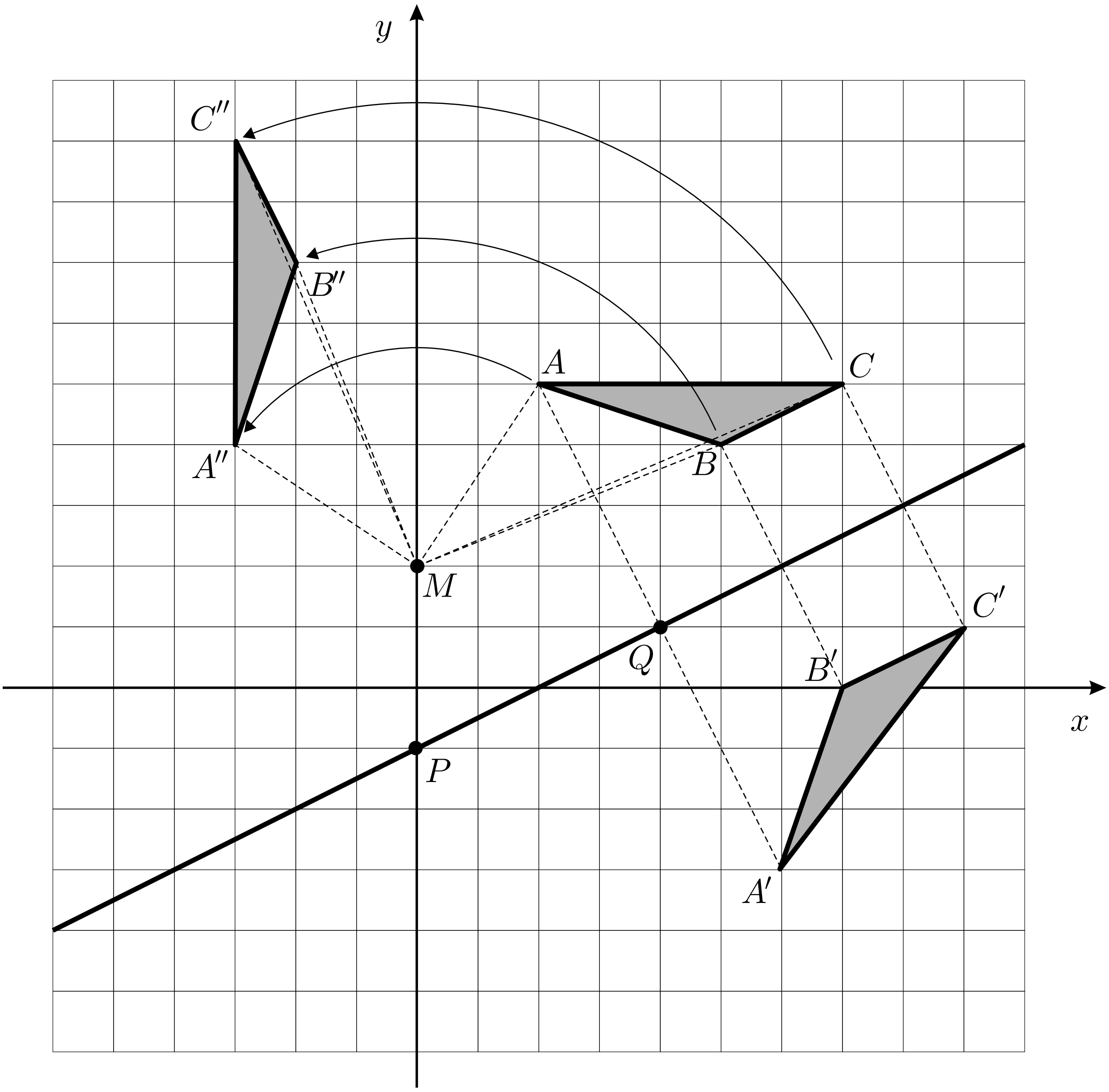
4. Dibuixeu,

- la recta r que passa pels punts $P(0,-1)$ i $Q(4,1)$.
- el triangle $\triangle ABC$ de vèrtexs $A(5,4)$, $B(2,5)$ i $C(7,5)$.

A continuació dibuixeu,

a) el triangle $\triangle A'B'C'$ simètric de $\triangle ABC$ respecte la recta(eix) r.

b) el triangle $\triangle A''B''C''$ que resulta de transformar $\triangle ABC$ mitjançant un gir de centre $M(0,2)$ i angle 90°.



a) Coordenades de $\triangle A'B'C'$

$A' = (7,0)$

$B' = (6,-3)$

$C' = (9,1)$

b) Coordenades de $\triangle A''B''C''$

$A'' = (-2,7)$

$B'' = (-3,4)$

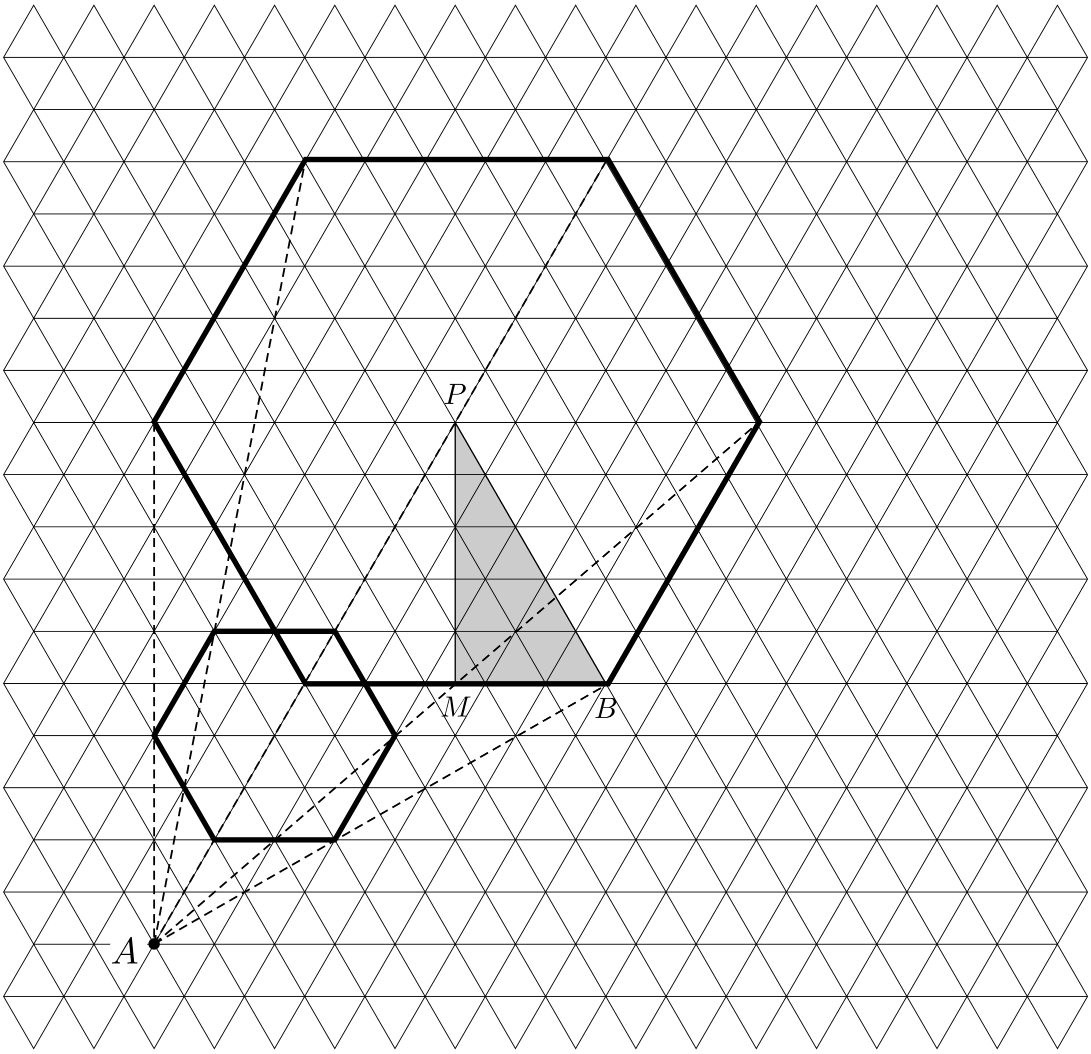
$C'' = (-3,9)$

5. L'hexàgon regular de la figura té un perímetre de 24 cm.

a) Dibuixeu el seu transformat per l'homotècia de centre A i raó $\frac{5}{2}$.

b) Calculeu l'àrea d'aquest últim.

a)



b) El costat de l'hexàgon petit mesura $\frac{24}{6} = 4$ cm. Per tant, el costat de l'hexàgon homotètic mesura $4 \cdot \frac{5}{2} = 10$ cm, igual que el seu radi PB. Amb aquest costat i l'apotema PM podrem calcular l'àrea de l'hexàgon sumant l'àrea dels sis triangles equilàters determinats pel centre P de l'hexàgon i els seus vèrtexs. Pel teorema de Pitàgoras aplicat sobre $\triangle PMB$ tenim

$$PM = \sqrt{PB^2 - MB^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}\,.$$

Finalment, l'àrea és

$$6 \cdot \frac{10 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = \boxed{150\sqrt{3} \approx 259.81 \text{ cm}^2}\,.$$