

1. Ordeneu de menor a major els nombres $\sqrt{2}$, $1.\widehat{41}$, $1.\widehat{414}$, 1.4142 , $1.\widehat{414}$.

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{2} = 1,414 \overline{21} \quad \textcircled{4} \\ 1.\widehat{41} = 1,414 \overline{14} \quad \textcircled{1} \\ 1.\widehat{414} = 1,414 \overline{41} \quad \textcircled{5} \\ 1.4142 = 1,414 \overline{20} \quad \textcircled{3} \\ 1.\widehat{414} = 1,414 \overline{14} \quad \textcircled{1} \end{array} \right\} \iff \boxed{1.\widehat{41} = 1.4\overline{14} < 1.4142 < \sqrt{2} < 1.\widehat{414}}$$

2. Expliqueu la característica que diferencia els nombres racionals dels irracionals, primerament en llenguatge de fraccions d'enters i, en segon lloc, en llenguatge decimal. Trobeu raonadament quin tipus de nombre és cadascun dels següents:

$$4, 4.\widehat{21}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}, 4.3232.$$

- Els nombres racionals es poden expressar com a fraccions d'enters, mentre que els irracionals no s'hi poden expressar.
- Els nombres racionals es poden presentar com a nombres decimals amb un nombre finit de xifres o un nombre infinit de xifres que es repeteixen periòdicament, mentre que els irracionals sempre tenen expressió decimal amb un nombre infinit de xifres que no es repeteixen periòdicament.

$$\begin{array}{ll} 4 = \frac{4}{1} & \implies \text{racional} \\ 4.\widehat{21} = \frac{421 - 4}{99} = \frac{139}{33} & \implies \text{racional} \\ \sqrt{4} = \frac{2}{1} & \implies \text{racional} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{ll} \sqrt{5} \text{ no es pot expressar amb fracció d'enters} & \implies \text{irracional} \\ \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{1} & \implies \text{racional} \\ 4.3232 = \frac{43232}{10000} = \frac{2702}{625} & \implies \text{racional} \end{array} \right.$$

3. Opereu, simplifiqueu i racionalitzeu quan calgui, sense utilitzar la calculadora ni els nombres decimals:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \frac{1.3 + \frac{1}{9}}{1.3\overline{02}} & \text{d)} \quad \frac{5\sqrt{3} - \sqrt{12}}{\sqrt{3}} \\ \text{b)} \quad \frac{6}{\sqrt{3}} & \text{e)} \quad \frac{\sqrt{147} - \sqrt{75} + \sqrt{27}}{\sqrt{75}} \\ \text{c)} \quad 3 - \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} & \text{f)} \quad \frac{\sqrt{a} \sqrt[3]{b} \sqrt{b}}{\sqrt[4]{ab}} \end{array}$$

$$\text{a)} \quad \frac{1.3 + \frac{1}{9}}{1.3\overline{02}} = \frac{\frac{13}{10} + \frac{1}{9}}{\frac{1302 - 13}{990}} = \frac{\frac{117 + 10}{90}}{\frac{1289}{990}} = \frac{127 \cdot 990}{1289 \cdot 90} = \frac{127 \cdot 11}{1289} = \boxed{\frac{1397}{1289}}.$$

$$b) \quad \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{3} = \boxed{2\sqrt{3}}.$$

$$c) \quad 3 - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 3 - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = 3 - \frac{2+1-2\sqrt{2}}{2-1} = 3 - 3 + 2\sqrt{2} = \boxed{2\sqrt{2}}.$$

$$d) \quad \frac{5\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(5-2)\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{3}.$$

$$e) \quad \frac{\sqrt{147}-\sqrt{75}+\sqrt{27}}{\sqrt{75}} = \frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{(7-5+3)\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \boxed{1}.$$

$$f) \quad \frac{\sqrt{a} \sqrt[3]{b} \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} b} = \sqrt[12]{\frac{a^6 b^2 b^6}{a^3 b^3}} = \boxed{\sqrt[12]{a^3 b^5}}.$$

4. Trobeu, sense calculadora, el valor de x si sabem que $\sqrt{x}\sqrt{x} = 2^6$.

$$2^6 = \sqrt{x}\sqrt{x} = \sqrt{\sqrt{x^2} \cdot x} = \sqrt[4]{x^3} \implies x^3 = (2^6)^4 \implies x = \sqrt[3]{2^{24}} \implies \boxed{x = 2^8}.$$

5. Raoneu la veritat o falsedat de l'afirmació següent: $\sqrt[7]{x^{137}} = x^{19} \sqrt[7]{x^4}$.

$$\sqrt[7]{x^{137}} = \sqrt[7]{x^{19 \cdot 7 + 4}} = \sqrt[7]{(x^{19})^7 \cdot x^4} = \sqrt[7]{(x^{19})^7} \cdot \sqrt[7]{x^4} = x^{19} \sqrt[7]{x^4}.$$

6. Raoneu en quina situació el sou del tercer mes és més gran:

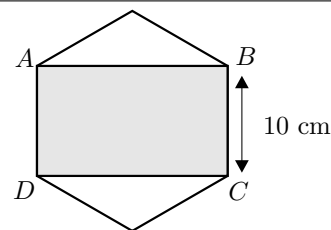
Situació 1: $\begin{cases} \text{Sou del primer mes} = P. \\ \text{Sou del segon mes} = \text{Sou del primer mes augmentat en un } 40\%. \\ \text{Sou del tercer mes} = \text{Sou del segon mes disminuït en un } 40\%. \end{cases}$

Situació 2: $\begin{cases} \text{Sou del primer mes} = P. \\ \text{Sou del tercer mes} = \text{Sou del primer mes rebaixat un } 15\%. \end{cases}$

	Sou 1r mes	Sou 2n mes	Sou 3r mes
Situació 1	P	$P + \frac{40}{100} P = 1.4 P$	$1.4 P - \frac{40}{100} 1.4 P = \frac{60}{100} 1.4 P = \boxed{0.84 P}$
Situació 2	P	P	$P - \frac{15}{100} P = \boxed{0.85 P}$

El sou del tercer mes és més gran en la situació 2.

7. Observeu l'hexàgon regular adjunt. Calculeu l'àrea del quadrilàter $ABCD$.



Recordem que en un hexàgon regular el costat és igual al radi de la circumferència circumscriu. O sigui que en el nostre cas $PQ = 2 \cdot 10 = 20$.

Per calcular AB , cercarem AM . Aquest l'obtidrem d'aplicar el teorema de Pitàgoras al triangle rectangle AMP . En aquest triangle tenim,

$$AP = 10, \quad PM = \frac{PQ - MN}{2} = \frac{20 - 10}{2} = 5.$$

Lavors, $AB = 2 AM = 2\sqrt{10^2 - 5^2} = 2\sqrt{75} = 2\sqrt{25 \cdot 3} = 10\sqrt{3}$.

Consegüentment, L'àrea del rectangle és

$$AD \cdot AB = 10 \cdot 10\sqrt{3} = \boxed{100\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 173.2 \text{ cm}^2}.$$

