

1. Trobeu el terme general de les successions

$$\text{a) } 3, 12, 48, 192, \dots \quad \text{b) } 36, 48, 64, \frac{256}{3}, \dots$$

a) Observem que la divisió entre cada terme i l'anterior dóna resultat igual a 4. Per tant, es tracta d'una progressió geomètrica de raó 4. El seu terme general és,

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \implies \boxed{a_n = 3 \cdot 4^{n-1}}.$$

b) Si dividim, com abans, cada terme entre l'anterior obtenim sempre el resultat $\frac{4}{3}$. Per tant, es tracta d'una progressió geomètrica de raó $\frac{4}{3}$. El seu terme general és,

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \implies \boxed{a_n = 36 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}}.$$

2. El quart terme d'una progressió geomètrica de termes positius val 108 i el sisè terme val 48. Calculeu el valor del terme que ocupa el lloc número 10.

Segons l'enunciat, la raó ha de complir $r^2 = \frac{a_6}{a_4} = \frac{48}{108} = \frac{4}{9}$. Per tant,

$$r = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

Llavors,

$$a_{10} = a_6 \cdot r^4 = 48 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{48 \cdot 16}{81} = \boxed{\frac{256}{27}}.$$

3. Resoleu l'equació

$$\frac{x}{6} - \frac{x-5}{4} = 3 - \frac{x+1}{10}.$$

En ser m.c.m.(6, 4, 10) = 60, multipliquem els dos costats de l'equació per 60. Llavors,

$$\begin{aligned} \frac{x}{6} - \frac{x-5}{4} = 3 - \frac{x+1}{10} &\iff 10x - 15x + 75 = 180 - 6x - 6 \iff \\ &\iff (10 - 15 + 6)x = 180 - 6 - 75 \iff \\ &\iff \boxed{x = 99}. \end{aligned}$$

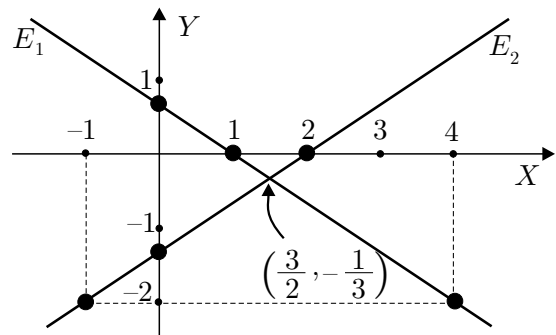
4. Resoleu el sistema d'equacions següent, i feu-ne la representació i interpretació gràfica, (cercant els punts de tall de les rectes corresponents amb els eixos de coordenades):

$$\begin{cases} 4x + 6y = 4 \\ 10x - 15y = 20 \end{cases}$$

Si dividim la primera equació per 2, el sistema anterior és equivalent al sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 10x - 15y = 20 \end{cases}$. Si representem la primera equació per E_1 i la segona per E_2 , reduïrem el nombre d'incògnites fent $5 \cdot E_1 + E_2$. Efectivament,

$$\begin{cases} 10x + 15y = 10 \\ 10x - 15y = 20 \\ \hline 20x = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{30}{20} \\ y = \frac{2 - 2x}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{2 - 2 \cdot \frac{3}{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{3} \end{matrix}}.$$

$E_1 : x$	y	$E_2 : x$	y
0	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{4}{3}$
1	0	2	0
4	-2	-1	-2



5. Resoleu un dels problemes següents:

A) Observem un tren, quan passa per un túnel, en dos dies diferents. Sabem que la seva velocitat és de 80 km/h i que en el

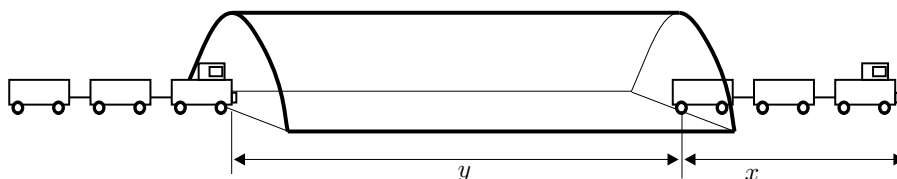
Primer dia: Cronometrem en 65 s, el temps que passa des del moment en què la màquina és a punt d'entrar en el túnel, fins que acaba de sortir l'últim vagó.

Segon dia: Cronometrem en 50 s, el temps que passa des del moment en què desapareix l'últim vagó per l'entrada del túnel, fins que la màquina és a punt de sortir del túnel.

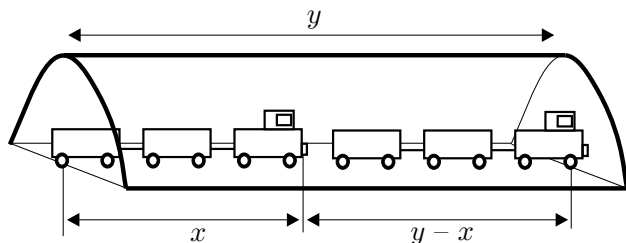
Es demana que trobeu la longitud del túnel i la del tren.

B) Un terreny rectangular té un perímetre de 118 m. Si a un costat del rectangle li afegim 4 m i a l'altre costat li restem 3 m, la seva àrea augmenta 42 m². Calculeu la longitud dels costats del terreny inicial.

A) Anomenem x = longitud del tren, y = longitud del túnel. Dels gràfics adjunts en resulten les equacions:



$$\Rightarrow x + y = 80 \cdot \frac{65}{3600}.$$



$$\Rightarrow y - x = 80 \cdot \frac{50}{3600}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = \frac{13}{9} \\ -x + y = \frac{10}{9} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{23}{18} \\ x = \frac{13}{9} - y \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{23}{18} = 1.27777 \text{ km} = 1277.8 \text{ m} \\ x = \frac{13}{9} - \frac{23}{18} = \frac{1}{6} = 0.16666 \text{ km} = 166.7 \text{ m}. \end{array} \right.$$

Longitud del tren = 166.7 m; Longitud del túnel = 1277.8 m.

B) Anomenem x , y les longituds dels dos costats del rectangle. Llavors,

$$\begin{array}{l} \text{Perímetre} = 118 \\ \text{Àrea final} - \text{Àrea inicial} = 42 \end{array} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2y = 118 \\ (x + 4)(y - 3) - xy = 42 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y = 59 \\ -3x + 4y = 54. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 59 \\ -3x + 4y = 54 \\ -7x = -182 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-182}{-7} = 26 \\ y = 59 - x = 59 - 26 = 33. \end{array} \right.$$

Els costats del rectangle inicial mesuren 26 cm i 33 cm.