

1. Opereu, simplifiqueu i racionalitzeu quan calgui, sense utilitzar la calculadora ni els nombres decimals:

a)  $\frac{\frac{11}{9} - 0.4}{2 - 2.1\overline{03}}$

c)  $\frac{5\sqrt{5} - \sqrt{75}}{\sqrt{5}}$

b)  $\frac{4}{\sqrt{5} - 1}$

d)  $\frac{\sqrt{a^3 \sqrt[6]{b^5}} \sqrt{a b}}{\sqrt[4]{a^3 b}}$

a)  $\frac{\frac{11}{9} - 0.4}{2 - 2.1\overline{03}} = \frac{\frac{11}{9} - \frac{4}{10}}{2 - \frac{2103 - 21}{990}} = \frac{\frac{110 - 36}{90}}{\frac{1980 - 2082}{990}} = \frac{74}{-102} = -\frac{74 \cdot 11}{102} = -\frac{37 \cdot 11}{51} = \boxed{-\frac{407}{51}}.$

b)  $\frac{4}{\sqrt{5} - 1} = \frac{4}{\sqrt{5} - 1} \cdot \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{4(\sqrt{5} + 1)}{5 - 1} = \frac{4(\sqrt{5} + 1)}{4} = \boxed{\sqrt{5} + 1}.$

c)  $\frac{5\sqrt{5} - \sqrt{75}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5} - 5\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{25 - 5\sqrt{15}}{5} = \frac{5(5 - \sqrt{15})}{5} = \boxed{5 - \sqrt{15}}.$

d)  $\frac{\sqrt{a^3 \sqrt[6]{b^5}} \sqrt{a b}}{\sqrt[4]{a^3 b}} = \frac{\sqrt[12]{a^{18} b^5} \sqrt{a b}}{\sqrt[4]{a^3 b}} = \sqrt[12]{\frac{a^{18} b^5 a^6 b^6}{a^9 b^3}} = \boxed{\sqrt[12]{a^{15} b^8} = a \sqrt[12]{a^3 b^8}}.$

2. A una persona li pugen el sou. Concretament, el mes de novembre cobra 1422.72 euros i aquesta quantitat representa un 14% més que el que cobrava el mes anterior. Quant cobrava abans de la pujada de sou?

Segui  $x$  = Sou del mes d'octubre. Llavors, la pujada de sou és  $\frac{14}{100}x$ . Per tant,

$$x + \frac{14}{100}x = 1422.72 \iff 1.14x = 1422.72 \iff x = \frac{1422.72}{1.14} = \boxed{1248 \text{ euros}}.$$

3. Si l'equació  $x^2 - mx + 10 = 0$  té una única solució real, quin és el valor de  $m$ ?

Si té una única solució real, el discriminant de l'equació és igual a zero. És a dir,

$$(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 0 \iff m^2 - 40 = 0 \iff \boxed{m = \pm\sqrt{40} = \pm 2\sqrt{10}}.$$

4. Resoleu:

a)  $15x^2 + 20x - 3 = 0.$

b)  $x^5 - 9x = 0.$

c)  $x + \sqrt{6x + 11} = 2 - 2x.$

d) 
$$\begin{cases} 2xy = 1 \\ x^2 - 9y^2 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

a)  $x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 45}}{15} = \frac{-10 \pm \sqrt{145}}{15} = \begin{cases} -\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{145}}{15} \approx 0.136 \\ -\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{145}}{15} \approx -1.469 \end{cases}$

$$b) x^5 - 9x = 0 \iff x(x^4 - 9) = 0 \iff \begin{cases} x = 0 \\ \text{o} \\ x^4 = 9 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 0 \\ \text{o} \\ x^2 = 3 \end{cases} \iff \boxed{\begin{matrix} x = 0 \\ \text{o} \\ x = \pm\sqrt{3} \end{matrix}}$$

$$c) 2 - 3x = \sqrt{6x + 11} \implies 4 - 12x + 9x^2 = 6x + 11 \implies 9x^2 - 18x - 7 = 0 \implies \\ \implies x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 63}}{9} = \frac{9 \pm 12}{9} = \begin{cases} \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \\ -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3} \end{cases} \boxed{-\frac{1}{3}}$$

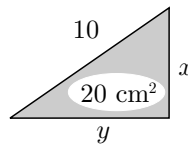
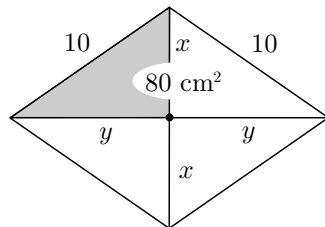
Comprovació:

$$x = -\frac{1}{3} \text{ és solució perquè } \begin{cases} -\frac{1}{3} - \sqrt{-2 + 11} = -\frac{1}{3} + 3 = \frac{8}{3}. \\ 2 - 2\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}. \end{cases}$$

$$x = \frac{7}{3} \text{ no és solució perquè } \begin{cases} \frac{7}{3} - \sqrt{14 + 11} = \frac{7}{3} + 5 = \frac{22}{3}. \\ 2 - 2\left(\frac{7}{3}\right) = 2 - \frac{14}{3} = -\frac{8}{3}. \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} y = \frac{1}{2x} \\ x^2 - 9y^2 = \frac{5}{4} \end{cases} \implies x^2 - \frac{9}{4x^2} = \frac{5}{4} \iff 4x^4 - 5x^2 - 9 = 0 \iff \\ \iff x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{8} = \frac{5 \pm 13}{8} = \begin{cases} \frac{9}{4} \\ -1 \end{cases} \implies \\ \implies x^2 = \frac{9}{4} \implies \boxed{\begin{matrix} x = \frac{3}{2}, & y = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{3}{2}, & y = -\frac{1}{3} \end{matrix}}$$

5. Els costats d'un rombe mesuren 10 cm. Si la seva àrea mesura 80 cm<sup>2</sup>, quan mesuren les seves diagonals?



$$\begin{cases} \frac{x \cdot y}{2} = 20 \iff y = \frac{40}{x} \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases} \implies x^2 + \frac{1600}{x^2} = 100 \iff x^4 - 100x^2 + 1600 = 0 \iff \\ \iff x^2 = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 6400}}{2} = \frac{100 \pm 60}{2} = \begin{cases} 80 \\ 20 \end{cases} \implies \\ \implies \begin{cases} x = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}, & y = \frac{40}{4\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \\ x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, & y = \frac{40}{2\sqrt{5}} = 4\sqrt{5} \end{cases}$$

O sigui que les diagonals valen  $\boxed{\begin{matrix} 2x = 8\sqrt{5} \text{ cm} \\ 2y = 4\sqrt{5} \text{ cm} \end{matrix}}$ . (L'altra solució és simètrica.)