

1. Trieu un problema entre els dos següents:

a) Un pintor fabrica una pintura de color amb els components següents:

$$\frac{1}{4} \text{ de color vermell, } \frac{2}{3} \text{ de blanc i la resta de verd.}$$

Després de gastar la tercera part d'aquest nou color, reposa el que ha gastat amb pintura de color blanc. Quina proporció de cada color té la pintura final?

b) Un pintor pot pintar un apartaments en 3 hores, mentre que un altre ho pot fer en 5 hores. En quantes hores ho podran fer si treballen junts i conserven el seu rendiment?

(a) **Alternativa 1.** Llenguatge de fraccions.

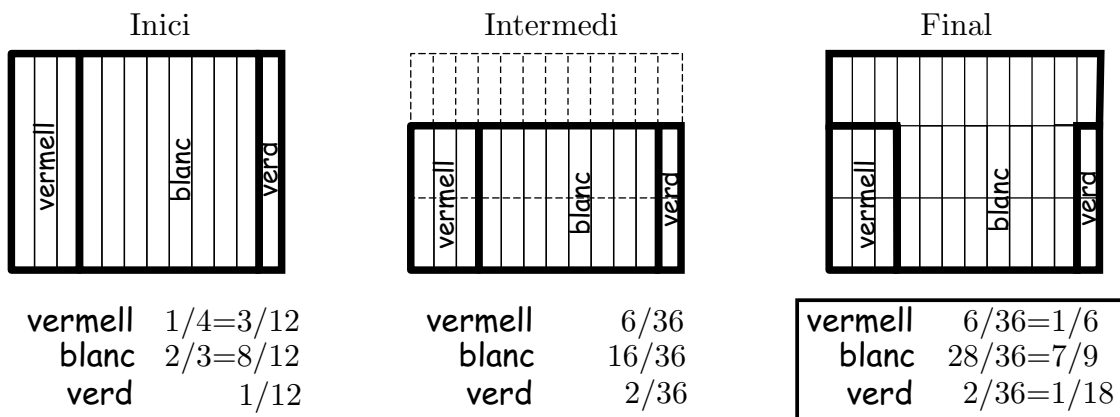
Organitzem la informació en el quadre següent, en què les fraccions es calculen respecte del total de la capacitat del recipient on fabriquem la pintura.

	vermell	blanc	verd
Composició inicial	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) = 1 - \frac{3+8}{12} = \frac{1}{12}$
Composició intermèdia	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{36}$
Composició final	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{9} + \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$	$\frac{1}{18}$

Les proporcions finals són

Vermell:	$\frac{1}{6} = 0.1\widehat{6} = 16.67\%$.
Blanc:	$\frac{7}{9} = 0.\widehat{7} = 77.78\%$.
Verd:	$\frac{1}{18} = 0.0\widehat{5} = 5.56\%$.

Alternativa 2. Esquema gràfic.



(b) Organitzarem la informació cercant la fracció d'apartament que pot pintar cada pintor en una hora. D'allí obtindrem el que poden pintar junts en una hora.

	Pinten en 1 hora
Pintor ₁	$\frac{1}{3}$
Pintor ₂	$\frac{1}{5}$
Pintor ₁ i Pintor ₂	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5+3}{15} = \frac{8}{15}$

Els dos pintors junts poden pintar $\frac{8}{15}$ de l'apartament en 1 hora = 60 minuts. Això implica que poden pintar $\frac{1}{15}$ de l'apartament en $\frac{60}{8} = 7 \text{ min } 30 \text{ s}$, i tot l'apartament (= $\frac{15}{8}$) en $15 \cdot (7 \text{ min } 30 \text{ s})$.

Solució:

Poden pintar en $= 112 \text{ min } 30 \text{ s} = \boxed{1 \text{ h } 52 \text{ min } 30 \text{ s}}$.

2. Trieu 3 apartats i opereu i expresseu en forma de fracció irreductible.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{5}$ b) $\frac{7}{8} - \frac{11}{60} + \frac{7}{36}$ c) $\frac{3 - 1.0 \overline{42}}{2. \overline{15}}$ d) $\frac{5 - 3 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)}{1 - \frac{2}{3}}$

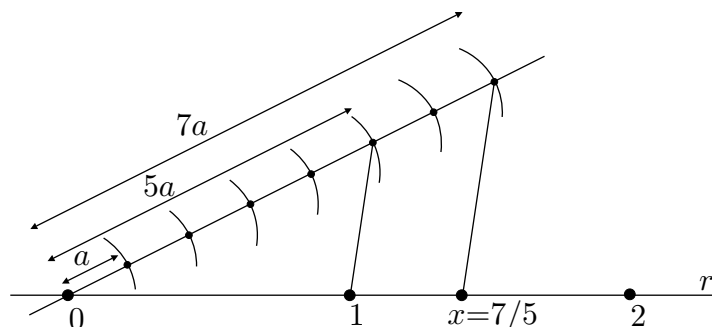
a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3}{4} - \frac{7}{20} = \frac{15-7}{20} = \frac{8}{20} = \boxed{\frac{2}{5}}$.

b) $\frac{7}{8} - \frac{11}{60} + \frac{7}{36} = \frac{315 - 66 + 70}{360} = \boxed{\frac{319}{360}}$.

c) $\frac{3 - 1.0 \overline{42}}{2. \overline{15}} = \frac{3 - \frac{1042-10}{990}}{\frac{215-2}{99}} = \frac{\frac{2970-1032}{990}}{\frac{213}{99}} = \frac{1938}{213} = \frac{1938}{10 \cdot 213} = \frac{646}{710} = \boxed{\frac{323}{355}}$.

d) $\frac{5 - 3 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{5 - 3 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{5-1}{\frac{1}{3}} = \frac{4 \cdot 3}{1} = \boxed{12}$.

3. Representeu sobre una recta els nombres 0, 1 i 2. Representeu també, amb l'ajut del teorema de Tales, el nombre $\frac{7}{5}$. (No es permet d'utilitzar les marques del regle i si no porteu eines de dibuix expliqueu de quina manera faríeu la construcció amb el seu ajut.)



Construcció:

- Sobre una recta r marquem dos punts i anomenem 0 el de l'esquerra i 1 el de la dreta.

- Traslladem amb el compàs la distància de 0 a 1, a partir de 1, sobre r . En resulta el 2.
- Pel punt 0 tracem una línia amb inclinació arbitrària i sobre ella marquem amb el compàs, a partir de 0, set punts separats per distàncies iguals i arbitràries.
- Pel cinquè d'aquests punts tracem un segment fins el punt 1.
- Pel setè d'aquests punts tracem una paral·lela al segment anterior. La seva intersecció amb la recta r inicial és la representació del nombre $x = \frac{7}{5}$.

Justificació:

El teorema de Tales afirma que es compleix $\frac{x}{1} = \frac{7 \cdot a}{5 \cdot a} = \frac{7}{5}$. És a dir, $x = \frac{7}{5}$.

4. Trieu dos problemes entre els tres següents:

- El dia 1 d'abril del 2009 el preu d'un producte era de 160 €. El dia 8 va pujar un 12% i el dia 15 va baixar un 12%. Calculeu el percentatge de variació entre el dia 1 i el dia 15, i el preu final del dia 15.
- El Marc ingressa en un compte 36500 €. Aquests diners estan sotmesos a un interès compost anual del 3%. Si no toca els diners del compte, quin serà el seu capital al cap de 4 anys?
- El preu d'un producte puja un 24% i en resulta un preu final de 719.20 €. Quin era el seu preu inicial?

(a) En la pujada de preus es compleix que el costava 100 € costarà 112 €. Això vol dir que el preu es multiplica pel factor $\frac{112}{100} = 1.12$.

En la baixada de preus es compleix que el que costava 100 € costarà 88 €. Això vol dir que el preu es multiplica pel factor $\frac{88}{100} = 0.88$

160 €	+12%	→	1.12 · 160 €	-12%	→	0.88 · 1.12 · 160 €
	1a operació			2a operació		

Així el preu final és $0.88 \cdot 1.12 \cdot 160 = 0.88 \cdot 179.20 = \boxed{157.70 \text{ €}}$.

(b) Cada any que passa es compleix que 100 € es converteixen en 103 €. Això vol dir que, cada any, els diners que tinc es multipliquen pel factor $\frac{103}{100} = 1.03$.

36500 €	+3%	→	1.03 · 36500 €	+3%	→	1.03 ² · 36500 €	+3%	→	1.03 ³ · 36500 €	+3%	→	1.03 ⁴ · 36500 €
	1r any			2n any			3r any			4t any		

Així el capital final és $1.03^4 \cdot 36500 = \boxed{41081.07 \text{ €}}$.

(c) Establim la proporcionalitat entre els preus inicials i els finals

Preu inicial		Preu final	
100 €		124 €	
—		—	
x		719.20 €	

$$\implies x = \frac{719.20 \cdot 100}{124} = \frac{719}{1.24} = \boxed{580 \text{ €}}.$$

5. Trobeu, amb l'explicació de com ho feu,

- a) Quatre nombres racionals entre $\frac{25}{3}$ i $\frac{26}{3}$.
b) Quatre nombres irracionals entre 1 i 3.

a) Cercarem fraccions equivalents a les donades de manera que els numeradors siguin números entre els quals en puguem introduir quatre. Per aconseguir-ho multiplicarem numerador i denominador per 5.

$$\frac{25}{3} = \frac{125}{15} < \boxed{\frac{126}{15} < \frac{127}{15} < \frac{128}{15} < \frac{129}{15}} < \frac{130}{15} = \frac{26}{3}.$$

b) Recordem que totes les arrels de nombres que no són quadrats perfectes són nombres irracionals.

$$1 < \boxed{\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{6}} < 3.$$