

## **GEOMETRIA PLEGANT I RETALLANT PAPER**

(Els plegaments com a recurs de treball i aprenentatge matemàtic)

**Josep Callís; Jesús Padrós; Leat Levi; Maria Cabezas (Grup +3)**

El domini de l'espai i tot el que a nivell topològic, projectiu o euclidià comporta són clars objectius del treball que cal fer per interioritzar el que és i significa l'espai. Així doncs la capacitat d'orientació, de mobilització del moviment i posicions, projecció ... composició i descomposició són alguns dels aspectes a tenir en compte en aquest domini i que no es poden deixar arraconats sota l'errònia prioritització d'identificar la geometria com a purs reconeixements i classificacions o memoritzacions de definicions, teoremes i postulats més o menys estereotipats i en els quals fonamentar un aprenentatge purament mecanicista i reproductor. Moltes són les possibilitats d'acció i manipulació que permeten treballar l'espai des de múltiples perspectives creatives i imaginatives i, entre ells el plegatge i retallat de paper resulta ser una eina i recurs prou eficaç i vàlida degut a la simplicitat i economia del material però sobretot per les estructures que posa en joc.

L'enfoc de la proposta es fonamenta en el fet de manipular per generar imatges visuals que possibilitin la creació de representacions mentals de geometria dinàmica centrada en la posició i el moviment espacial que siguin prou potents com per estructurar i permetre la manipulació de les pròpies representacions.

### **Objectius i Continguts:**

Tot i que la prioritat es centra en potenciar la capacitat d'intuïció espacial, el món de la geometria plana i l'adquisició d'estratègies resolutores juntament amb la descoberta i generalització de fenòmens són camps que no es deixen de banda i en els que la incidència és molt forta. Entre d'altres prioritats destaquem:

- *Identificar i reconèixer figures geomètriques i els seus elements constituents*
- *Reconèixer els moviments en el pla i lleis que els determinen. Utilitzar el llenguatge precís per descriure la posició, configuració i desplaçaments d'una figura en el pla*
- *Conèixer les lleis fenòmens que afecten els plegaments efectuats sobre eixos de simetria i*

*d'asimetria.*

- *Saber reconèixer i intuir el moviment i desplaçament en l'espai*
- *Saber interpretar i realitzar un dibuix topològicament equivalent a un altre de donat o a una situació real.*
- *Adquirir estratègies de resolució de problemes*
- *Saber generalitzar lleis i fenòmens matemàtics.*

La consecució dels objectius es porta a terme a través de treballs de continguts conceptuals, procedimentals i actitudinals diversos. D'entre els conceptuals d'àmbit matemàtic destaquem:

- *Classificació de polígons*
- *Elements notables dels polígons: diagonal, vèrtex, angle interior i exterior, centre geomètric i centre de figura, radi, apotegma, perímetre...*
- *Moviments en el pla: translacions i girs ...*
- *Moviments en l'espai: simetries, rotacions, ...*
- *Simetria axial i radial*
- *Lleis del moviment en el pla i l'espai*
- *Posició i orientació en el pla i l'espai*
- *Progressions aritmètiques i geomètriques.*
- *Potenciació.*
- *Representació i escales.*
- *Igualtat i semblances.*

I dels procedimentals:

- *Composició i descomposició de polígons*
- *Tècniques per la construcció de polígons*
- *Previsió de resultats*
- *Generalització i resolució de problemes*
- *Mobilització i manipulació de representacions i imatges mentals.*

## **Planificació**

Els objectius i continguts que configuren la planificació general de la proposta s'estructuren a partir de:

- Integració i seqüenciació:* es desenvolupen a partir d'un seguit de propostes que es van interconexionant entre elles. Cadascuna va obrint portes a una recerca continuada i permanent.
- Adequació i nivell didàctic:* Segons la tipologia de treball que s'efectua amb elles es va determinant els destinataris de l'activitat i aquesta pot anar dirigida des de CM i CS de Primària a primer cicle d'ESO. Aquesta direccionalitat ve determinada per l'objectiu didàctic que s'intenti aconseguir i que pot anar des de la pura resolució de l'acció manipulativa centrada en la proposta concreta fins a la recerca de noves situacions i recull de dades o, a la generalització de lleis i fenòmens i la manipulació de representacions mentals.

## ALGUNS EXEMPLES DE PROPOSTES

Aquí se n'exposen únicament algunes sense que hi hagi un procés seqüencial que les enllaci. Cadascuna resulta de per sí independent de les altres

### ACTIVITAT 1: CACERA DE FIGURES

- 1 Construeix un quadrat de 20 cm. de costat amb un paper.
- 2 Plega el quadrat i mira de quantes maneres diferents ho pots fer de forma que les meitats quedin totalment sobreposades l'una amb l'altra
- 3 Escull un del tipus de plegament que has fet i fes quatre plegats successius.
4. Desplega el paper. Ara, resseguint línies dels secs de plegament procura que quedi enmosaïat (ple sense espais buits) d'un mateix tipus de figura. Busca tantes maneres diferents com puguis.
- 5 Prepara un altre paper com abans. Resseguint línies de plegatge cerca tantes formes diferents com puguis de quadrilàters (pots utilitzar els trossos de sec que t'interessi). Amb un altre color fes el mateix amb triangles. I amb un altre color cerca polígons de més de quatre costats.
- 6 Resseguint línies de sec de plegaments has d'aconseguir que tot el quadrat quedi repartit en set figures. Cerca diferents solucions i dibuixa-les.

### • ACTIVITAT 2 : Construir polígons

a).- Agafa un paper i construeix un quadrat. Ara pots fer els plegaments que vulguis però amb les tisores solament pots fer un sol tall. Talla on vulguis i retira el tros tallat, obra el paper i intenta crear tots els polígons que puguis.

b).- Fes el mateix que abans però ara pot fer dos talls.

c).- Amb els talls has de fer forats en el paper. Tracta de que els polígons siguin ara els forats fets.

### • ACTIVITAT 3: Descobrint lleis

En un quadrat fes un plegament, a continuació fes un forat; desplega el paper i compta quants forats en total hi ha en total. Fes-ho ara amb dos plegaments, després amb tres, ... Completa la taula:



PLEGAT PER LA DIAGONAL	
Nº plecs	Forats totals hi ha
1	
2	
3	
4	
5	

PLEGAT: MEITAT DEL COSTAT	
nº plecs	Forats totals hi ha
1	
2	
3	
4	
5	

\* Pots deduir quants forats sortirien si féssim 10 plegaments. I en una situació d'"n" plegaments?.

• **ACTIVITAT 4: Diagonals i mediatrins**

3.1).- Construeix un quadrat i fes successius plegaments a partir d'iniciar-ho pel plegat de la diagonal i posteriorment fent els plegats simètric dels triangles que es van formant. Després de cada plegat desplega el paper i dibuixa les línies de plegatge que apareixen en el paper. Completa la següent taula

Nº plecs	Polígons s'originen	nº polígons	nº línies plegament	Esquema plecs
1	Triangles rectangles isòsceles	2	1	
2	Triangles rectangles isòsceles	4	2	
3				
4				
5				

- Podries seguir completant en el sisè plegament sense necessitat de fer-lo?. I el setè?. I el vuitè?.

3.2).- Fes el mateix iniciant els plegatges en la mediatriu del quadrat inicial.

• **ACTIVITAT 5: Posició i orientació en el pla i espai**

4.1.- Agafa un paper qualsevol i fes el següent

- Construeix un quadrat.
- Plega'l per una de les diagonals.
- A partir de l'angle recte del triangle format, plega'l simètricament. A partir d'ara aquest eix de plegament l'anomenarem catet de plegament.
- Repeteix el pas anterior
- Torna a repetir el mateix pas d'abans.

Segons això, hem fet quatre plegaments. Ara a l'angle recte, fes-li un forat sense que agafi directament el vèrtex.(fig. 1)

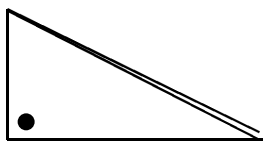
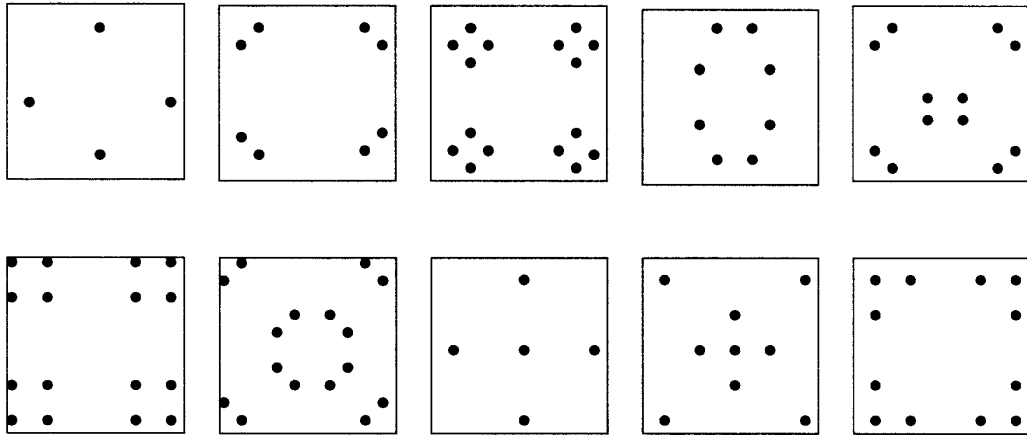


fig.1

Intenta respondre:

- Quants forats totals sortiran?
- Senyala quina de les figures següents creus que sortirà al desplegar.



4.2).- I si el forat el fas en el centre del triangle?. Dibuixa el que suposes que sortirà.

4.3).- I si ho fas en el vèrtex oposat al catet de plegament?. Dibuixa el que suposes que sortirà.

4.4).- Substitueix el forat en forma de cercle per un retallat en forma de triangle que tingui un vèrtex encarat al vèrtex de l'angle recte del paper i la base paral·lela a la hipotenusa. Dedueix i intenta veure les direccions que prendrà aquest vèrtex en cada un dels casos anteriors.

**• ACTIVITAT 6: Posició en el pla i espai.**

5.1).- Farem plegaments per la diagonal del quadrat. Fes dos plecs i ara amb la perforadora o amb tisores, fes un forat o retall en el centre de la hipotenusa. Desplega'l o observa on es situen els talls o forats. Dibuixa el resultat.

- Ara fes-ho amb tres plecs i dibuixa també el resultat.
  - Fes el mateix amb quatre i cinc plecs.
  - Intenta dibuixar com quedaria amb sis plecs. I amb set?. I amb vuit?.
- Descriu el que has observat i intenta generalitzar alguna llei.

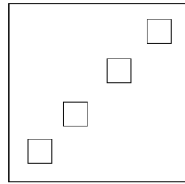
5.2).- Fes el mateix que abans però ara situa el forat o retall en la meitat d'un dels catets.

5.3).- Fes vel mateix que en el cas anterior però en la meitat del segon catet.

5.4).- Generalitza el que has observat globalment

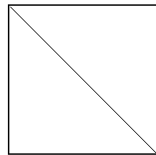
• **ACTIVITAT 7: Posició en el pla i moviment espacial**

Tenim aquesta figura. Com ho faries, plegant i retallant, per aconseguir-la? Els plegaments poden ser de triangle, quadrat i/o rectangle.

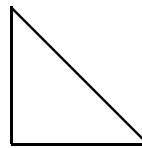


**SOLUCIÓ:**

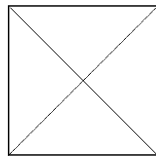
1. Partim d'un quadrat



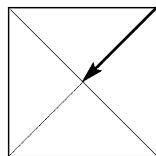
2. Pleguem pels vèrtexs i obtenim un triangle



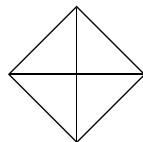
3. Despleguem i tornem a plegar pels altres dos vèrtex que no hem utilitzat abans. El paper ens quedarà amb els següents dobles:



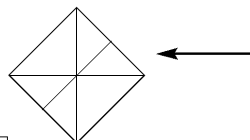
4. Ara ja tenim marcat el centre del quadrat. Agafem un vèrtex del quadrat i el posem al centre i després amb tots els restants vèrtexs.



5. Això s'anomena un plegament asimètric amb punt cèntric i ens queda així:



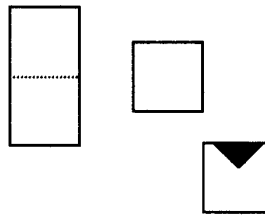
6. Ara plegarem en forma de rectangle, per la perpendicular indicada:



7. Ara ens queda un rectangle.

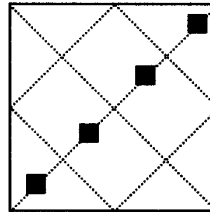


8. Plaguem aquest rectangle en quadrat



9. Finalment, per on hem plegat retallem un triangle

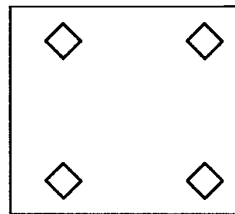
I ja tenim la figura tan buscada!!!!



\* Pots aconseguir-ho d'alguna altra manera ?.

### • ACTIVITAT 8: Posició en el pla i moviment espacial

7.1).- Aquí tens el resultat d'un plegatge. Com podem aconseguir aquesta figura plegant el paper sempre de la mateixa manera i fent tan sols un sol tall (una sola línia amb les tisores)?.



- Quantes vegades haurem de plegar el paper?

7.2).- I si es permeten dos talls?

7.3).- Quin tipus de tall farem en cada cas i on caldrà fer-los?. Pots generalitzar quelcom.

### ALTRES POSSIBLES PROPOSTES D'ACTIVITATS :

- Incidència de la posició i valor del tall en la formació de polígons
- Plecs parells i imparells. Lleis i fenòmens.
- Plegats simètrics i asimètrics. Lleis i fenòmens.
- Simetria diagonal o de mediatriu. Lleis i fenòmens.
- Generar figures i sanefes.
- Papiroflèxia i geometria.