

# 6. DESCOBRIM SUPERFÍCIES I VOLUMS TOT CONSTRUINT UNA CASA

**C. Alemany, M<sup>a</sup>.A. Canals, M. Mallén,  
Esperança Roca i Pili Royo. Grup Perímetre**

## **Presentació**

Aquest taller ha sorgit del desig d'alguns de nosaltres d'aprofitar ocasions i fets reals de l'escola per convertir-los en un estudi seriós d'un tema de matemàtiques .que sempre ens ha semblat que els nostres alumnes no acaben de comprendre del tot: Es tracta de la relació entre les longituds i la superfície de figures planes, i la relació entre les longituds i el volum del tot.

Al mateix temps que per facilitar la construcció de conceptes, ens ha servit perquè els nens i nenes s'adonin que les matemàtiques són a tot arreu.

## **1. Objectius**

- Desenvolupar la capacitat de recerca i de descobriment dels alumnes.
- Aprofundir en el significat real de les nocions de les mesures de superfície i volum - que són difícils en aquesta edat- i la relació entre les seves unitats.
- Practicar i valorar el treball en equip.

## **2. Descripció general de l'activitat**

L'activitat ha consistit en prendre mides d'una casa (que pot ser una caseta de joc del jardí, una casa de camp, una casa de nines, o alguna altra cosa).

S'ha realitzat en quatre escoles diferents, tal com detallem a continuació. A cada una ha presentat unes característiques pròpies, però en totes s'ha treballat seguint un eix comú preparat en el grup de treball, que és el següent:

### 1ª part.

1. Un treball d'observació de l'objecte que volem estudiar. Despertar l'interès dels alumnes.
2. Prendre les mides de la casa que volem representar. Millorar la tècnica.
3. Treball de discussió i de imaginació per decidir l'escala convenient per a representar la casa. Decidim l'escala 1 : 10
4. Pas al paper. Dibuixar el plànol de la façana, amb fidelitat a les mides. Treball de dibuix i de càlcul.
5. Comparar el plànol amb la casa o objecte real.
6. **Crear un interrogant seriós:** "Així la façana real, val 10 vegades aquesta?"
7. Recollir diferents opinions i comprovar-les.

A partir d'aquí podem posar en marxa un estudi seriós de la relació entre superfícies.

### 2ª part

8. Fer els plànols de les altres cares de la casa. Construir la maqueta en volum. Resoldre dificultats de comprensió (posició a l'espai) i tècniques.
9. Nou interrogant seriós: Quantes vegades la maqueta cap en la casa gran?. Treball de raonament ( és massa difícil comprovar-ho).
10. Conclusió.

## **3. Descripció de quatre activitats concretes**

### **a. - Treballem amb la caseta del pati**

(Construcció d' un plànol a escala 1: 10. Pas al volum. Comparació del plànol i de la maqueta amb la realitat i conclusions)

### **b. - Construïm una casa de nines reduïda.**

(Mesures,. Plànols. Combinació de plànols. Observar quantes vegades hi cap)

### **c - Fem amb fang alguns masos de l'Alt Empordà**

(Relació entre les diferents mides lineals d'un cos o d'una construcció, en forma de prisma, format amb prismes rectangulars i triangular)

#### **d. Reproducció en cartolina d'una figura construïda amb peces de "lego"**

(Mesures. Longitud, superfície i volum. Escales. Raó de semblança. Proporcionalitat.)

#### **ACTIVITAT a: Treballem amb la caseta del pati.**

Aquest treball es va portar a terme amb els alumnes de Cicle Superior del CEIP "El Roure Gros" de Sta. Eulàlia de Riuprimer.

L'AMPA del centre va construir una caseta de fusta al pati de l'escola per poder-hi jugar. Els nens i nenes de cicle superior varen pensar que de ben segur els més petits hi farien estada i que ells quedarien en segon terme, per això ràpidament van protestar i vam decidir anar a fer la primera classe, del primer dia, a la caseta. Un cop a dins ens vam adonar que hi cabíem tots 19, encara que molt estrets, això ens va donar la idea que devia ser molt gran i ens vam decidir a mesurar-la.

Vam anar a buscar els instruments necessaris: regles, cintes mètriques... i ens vam proposar ser molt estrictes a l'hora de prendre les mides ja que després podríem dibuixar els plànols a escala.

Un cop preses les mides havíem de decidir l'escala dels plànols. Vam comparar el full de paper Dina-3 amb l'amplada i l'alçada de la façana de la casa, que és la part més gran, i vam veure que hi cabia més o menys deu vegades, per tant l'escala havia de ser 1:10.

Cadascun dels nens i nenes va dibuixar el plànol d'una de les parts de la casa: planta, façana principal, paret del darrera i laterals. Calia passar totes les mides a escala 1:10 i era molt important ser molt fidel a aquestes mides per tal que tot lligués. Si així era, podríem després ajuntar les peces i construir la caseta amb volum (fer la maqueta).

Als nens i les nenes que havien de fer les façanes els va semblar imprescindible prendre també les mides dels angles de la teulada ja que aquests no eren rectes i això suposava una gran dificultat, ho varen fer amb

transportadors de pissarra. De seguida van tenir clar que les mides d'aquests angles no calia reduir-les, que es mantenien.

Per poder dibuixar correctament calia utilitzar molt bé el regle, l'escaire i el transportador d'angles.

Els plànols van quedar molt i molt bé... hi havia tota classe de detalls. Vam decidir ajuntar les peces i formar les casetes amb volum. En vam fer una de mostra, quedava perfecte, totes les peces encaixaven, però vam quedar confosos..."**Hem fet els plànols reduint les mides 10 vegades i ara ens surt una caseta molt i molt petita en comparació a la del pati. Què ha passat? Això no lliga!**"

Anem al pati i les comparem. L'amplada de la caseta si que és deu vegades més gran que la del plànol però ja es veu ben clar que la superfície de cadascuna de les parets i del terra són molt més grans que deu vegades les del plànol. Les anem comparant i ens adonem que el que passa és que les superfícies queden dividides 100 vegades :**"és clar,  $10 \times 10 = 100$ ".**

**"Ah!, per això la vèiem tant petita... dins la caseta del pati hi podrien cabre 1000 maquetes com les que hem fet...  $10 \times 10 \times 10 = 1000$ ".** És així com vam trobar que quan les línies que formen una superfície es redueixen deu vegades, la superfície es redueix 100 vegades i el volum limitat per aquestes superfícies es redueix 1000 vegades.

Finalment tots ens hem fet la nostra pròpia caseta a partir dels nostres plànols i els dels companys... i les hem personalitzat i dissenyat els seus interiors i hi hem posat mobles fets nostres... i fins i tot alguns hi han fet els habitants.

**"Hem après moltes coses i ens ho hem passat molt bé!!!"**

### **ACTIVITAT b. Construïm una casa de nines reduïda.**

- a.1.- Què fan els nens i nenes.
- a.2.- Com ho escriuen.
- a.3.- Ho dibuixen a paper.
- a.4.- Observacions de les relacions que hi ha entre les mesures reals i les mesures a escala (longitud, superfície)
- a.5.- Construeixen la caseta.
- a.6.- Observacions de la relació entre els volums.

b.1.- Activitat en petit grup

Material : regles de 30cm i de 60cm, cintes mètriques.

Cada grup s'encarrega d'amidar totes les longituds de la façana de la casa que li ha correspost , procurant ser molt rigorosos en la presa de dades.

b.2.- Fan totes les longituds 10 vegades més petites i arrodoneixen les centèsimes a la dècima més propera.

b.3.- Tots els nens i nenes dibuixen – utilitzant el regle i l'escaire - la façana principal de la casa i la retallen.

b.4. Comproven que amb deu de les façanes que han dibuixat

no cobreixen la façana de la casa de nines i se n'adonen que en necessiten més. Ho tornen a provar amb els dibuixos de tots els nens i nenes i veuen que en necessitarien moltes més. Fan una estimació de quantes més serien necessàries i els més espavilats diuen que 100.

A continuació dibuixen la resta de parets i el terra de la casa i fan la mateixa observació que han fet amb la façana principal.

b.5.- Construeixen la caseta i tornen a sorprendre's de la seva petitesa respecte a la real.

b.6.- A cop d'ull, ja veuen que amb 10 casetes no en tindran prou per omplir la casa de nines i aleshores pensen que en necessitaran 100 com abans amb la superfície. Com que no tenen 100 casetes i a més a més se'ls presenta la dificultat de com posar-les per omplir tot el volum sense deixar cap forat, els hi deixo el decímetre cúbic i uns quants cubs de  $\text{cm}^3$  perquè comprovin la seva estimació. Es queden molt parats quan comproven que necessiten molts més cubs de  $\text{cm}^3$ .

Aleshores es replantegen la seva primera estimació i pensen com poden col·locar els cubs de  $\text{cm}^3$  per saber quants n'hi cabran . Amb uns quants cobreixen part de la superfície de la base del  $\text{dm}^3$  i uns altres els disposen fent l'aresta de l'alçada. Tornen a ser els més espavilats els que primer veuen que n'hi cabran 1000.

**ACTIVITAT c - Fem amb fang alguns masos de l'Alt Empordà**

Per ajudar a descobrir la superfície i el volum de manera experimental i lúdica, hem aprofitat un material eminentment plàstic : l'argila que ens possibilita treballar al mateix temps que les matemàtiques, el modelatge, la creativitat, l'estudi del medi, el llenguatge ...

Per la realització de la maqueta d'una masia, hem estudiat prèviament les seves característiques arquitectòniques i la seva funció productiva en el món agrari.

El següent pas és visitar el mas, prendre les mesures principals: el llarg, l'ample i l'altura, per el càlcul d'aquesta ens aprofitarem de la proporcionalitat entre la projecció de l'ombra d'un regle d'un metre i la de l'edifici. També es pren si es considera necessari alguna altra mesura. S'ha de considerar que també es dona molta importància a la imaginació de la mainada per complementar la maqueta bàsica.

Un cop en la classe es fan planxes d'argila d'un cm de gruix, i es decideix entre tots l'escala que cal aplicar, en el nostre cas es sol utilitzar 2 : 100, es a dir que la llargada real es 50 vegades més gran que la de la maqueta. Una vegada les mesures s'han passat a escala, es dibuixa sobre una planxa la façana principal i es retalla. Amb l'ajuda d'un mirall descobriren que la façana oposada es simètrica, i que el vèrtex de la teulada passa l'eix de simetria de la façana principal, també que aquesta està formada per un triangle i un rectangle en que la seva altura és la dels rectangles que formen les parets laterals.

A mesura que es va construint la maqueta descobriren que aquesta està formada per un prisma rectangular i un de triangular.

#### Descobertes dels nens:

La mainada ha descobert la possibilitat de transformar un edifici real amb un altre de reduït però que guardés les mateixes proporcions al aplicar el concepte d'escala.

La possibilitat de calcular l'altura d'un edifici amb l'ajuda de les ombres del sol. Les façanes del mas estan formades majoritàriament per pentàgons irregulars i rectangles, incloses les teulades.

La relació entre les diferents longituds de les parets del mas.

Les diferents relacions entre longituds, superfícies i volums que s'estableixen entre les mesures reals i les de la maqueta.

Els edificis estan formats per la superposició de diferents volums.

Els elements simètrics de la construcció.

Què significa el "pendent" de la teulada i com es pot mesurar.

Dependència del pendent amb el clima.

### **ACTIVITAT d. . Reproducció en cartolina d'una figura construïda amb peces de "lego"**

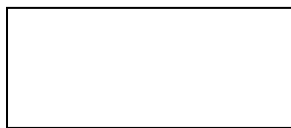
#### TREBALL EN GRUP:

Es tracta de resoldre la següent fitxa de treball:

1. Aquí teniu una construcció realitzada amb peces de "lego". Haureu de construir amb cartolina aquesta figura, però ampliada. Penseu quina escala podeu utilitzar.



2. Preneu mides i repartiu-vos la feina. Cadascú de vosaltres pot ocupar-se d'una part de la construcció. Penseu en la possibilitat d'afegir "pestanyes « per tal de facilitar la posterior unió de les parts. Utilitzeu regle, escaire i cartabó.



3. Calculeu l'àrea total de la part exterior de la construcció feta amb peces de « lego » :



3. Quina penseu que serà l'àrea total de la figura de cartolina cartolina ?
4. Comproveu si l'àrea total de la figura de cartolina és el que havíeu previst. Escriviu els càlculs realitzats.

Àrea total:

5. Uniu les parts que heu fet amb la cartolina. Observeu si hi ha algun error i, si és així, corregiu-lo. Ja teniu la figura?

6. Quantes vegades penseu que cabria la construcció de “lego” en la construcció realitzada per vosaltres en cartolina?

7. Comproveu si la resposta a la pregunta 7 és correcta. Si no, corregiu-la.

8. Escriviu aquí què heu après:

**MATERIAL COMPLEMENTARI:**

- *Planells de pisos que s'anuncien en els diaris i propagandes d'immobiliàries*
- *Material informàtic divers: Activitats del “Geoclic”, <http://www.edu365.com/aulanet/intermates> (veure, p.e. l'última activitat), ...*
- *Activitats basades en la lectura de “Els viatges de Gulliver”, de Jonathan Swift:*



Ex.: Si l'altura de Gulliver és dotze vegades l'altura d'un habitant de Liliput, quants vestits podrien confeccionar-se amb la roba del vestit de Gulliver?

- *Multicubs*
- *Fotocopies ampliades o reduïdes*
- *Construcció de figures que tinguin angles aguts i/o obtusos*
- *Aplicacions diverses del teorema de Tales*

#### **4. Dificultats que han anat sorgint**

\* *A l'hora de prendre mides, els costa col·locar adequadament l'instrument de mesura, i també fer la lectura de la mesura de forma correcta ( dm, o cm....)*

*En general hi ha hagut dificultat amb les unitats de mesura.*

\* *Dificultat a l'hora de dibuixar els plànols :*

*La col·locació correcta del conjunt regle – escaire.*

*Adonar-se que el zero de l'escaire està situat més en dins i que per tant , ho han de tenir en compta a l'hora de traslladar les mesures al dibuix.*

*Treballar en mesures extremadament petites ( 1 mm, 3 mm, ....)*

\* *En fer la maqueta, els costa donar-se de quins són els costats de les superfícies que han de coincidir per formar una aresta.*

\* *Treballar amb superfícies tan petites que dificultaven la manipulació.*

\* *Veiem que no tenen prou clars els conceptes de longitud i superfície i de . de volum.*

\* *Dificultats en adonar-se de les relacions entre les mesures reals i les seves construccions a escala. L'escala és un dels conceptes que s'han de treballar prèviament. Sovint necessiten de l'ajut del mestre per deduir quina és la que convé aplicar.*

\* *Es nota massa el costum de “fer per fer”, sense analitzar els resultats.*

## **5.- Metodologia**

A nivell metodològic s'opta per prioritzar aquells procediments que afavoreixen els aprenentatges experimentals i inductius i també els de les tècniques d'expressió de les matemàtiques (escriptura matemàtica, dibuix d'un plànol, confecció d'una maqueta...)

També es posa especial atenció en la utilització de tècniques i d'instruments de mesura i construcció i la predicció i posterior reflexió sobre els resultats obtinguts, que facilitaran la progressiva adquisició del pensament abstracte i contribuiran a la consecució d'un dels objectius més rellevants de les matemàtiques, com és el d'afavorir l'estructuració del pensament.

## **6. Objectius curriculars que es treballen, de procediments i d'actituds**

- Saber usar instruments de mesura adients a cada situació, seleccionant per cada cas el més precís.
- Seleccionar la unitat més adient per realitzar una determinada mesura i saber-la expressar correctament.
- Aplicar les nocions i mètodes de mesura, de longitud i àrea a la resolució de problemes reals.
- Expressar verbalment i gràficament aspectes espacials de la realitat, com són els relatius a formes, grandàries, situació, posició, moviment, distàncies, etc., mitjançant el llenguatge geomètric, utilitzant els models adients.
- Distingir i construir models de figures lineals, planes i espacials, i trobar les seves relacions geomètriques entre elles.
- Transformar models geomètrics per obtenir-ne de nous, conservant unes característiques (forma, estructura...) i variant-ne d'altres (escala, superfície...)
- Apreciar la pulcritud en una representació gràfica i construcció geomètrica.
- Utilitzar les matemàtiques per provar de resoldre problemes i situacions diverses triant, d'entre els recursos que té, el que consideri més adient.

- Ser conscient que la matemàtica pot ser usada per conèixer més bé la realitat
- Valorar el propi esforç per arribar a resoldre una situació matemàtica a partir de tots els recursos disponibles.
- Debatre les descobertes i solucions de problemes amb els companys i les companyes i els professors i les professores.
- Estimular la creativitat usant i combinant aspectes coneguts per generar-ne de nous.

## 7. Continguts conceptuals

- Conceptes de longitud, de superfície i de volum.
- Noció d'angle.
- Noció d'escala.
- Proporcionalitat de longituds en fer l'escala.
- Permanència dels angles en fer l'escala.
- No proporcionalitat entre les longituds, les superfícies i els volums.

### **Descoberta final :**

*Si la longitud la fem 10 vegades més petita, la superfície es redueix 100 vegades i el volum 1000 vegades.*