

11. DE LA VIVENCIACIÓ A L'ABSTRACCIÓ OPERATIVA

Josep Callís i Franco
Facultat de Ciències de l'Educació (UdG)

Objectius, continguts, estructura del taller i metodologia de treball

El taller sobre número i operativitat es planteja sobre la base de treballar dos objectius prioritaris:

- 1.- Aprofundir en la comprensió del que és i significa el domini operatiu.
- 2.- Aprendre estratègies i recursos que millorin el seu aprenentatge.

Es desenvoluparà, atenent als objectius, en dues direccions:

- Analitzar, a partir d'una reflexió teòrica, el marc conceptual que permeti entendre que hi ha darrera del domini de l'operativitat i per tant què és el que cal tenir en compte alhora del seu aprenentatge.
- Treballar a partir de racons alguns aspectes del bloc anterior. Es centraran en adquirir estratègies i recursos que potenciïn:
 - 1.- Domini de l'operativitat
 - 2.- Descoberta de propietats numèriques i operatives
 - 3.- Adquisició d'estratègies i recursos per l'algorisme escrit i el càlcul mental

4.- Aprenentatge de les taules

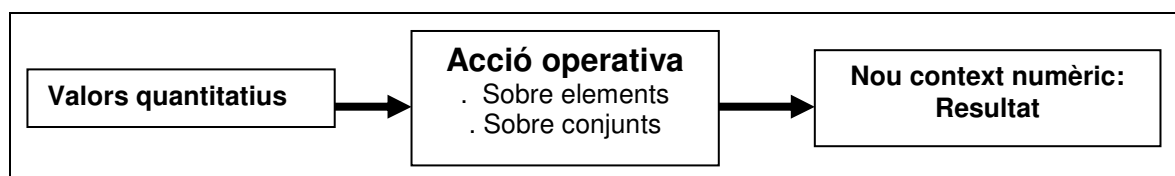
La comprensió operativa

Resulta sorprenent el procediment majoritàriament utilitzat de prioritzar l'aprenentatge algorísmic per tal d'aconseguir dominar els seus procediments i estratègies que possibilitin resoldre amb exactitud i correcció les operacions. Aquest objectiu sol partir d'un aprenentatge centrat en operacions presentades en contextos totalment abstractes i posteriorment quan es considera assolit el domini, es situa l'alumnat davant activitats d'aplicació (els mal anomenats problemes) que intenten ser reflexes de realitat. Aquest objectiu prima per sobre de qualsevol altre consideració i a aquest domini es centra la major part de la dinàmica de l'aprenentatge operatiu i al que es dediquen moltes hores i no tantes en cercar la comprensió conceptual de l'operació.

Es molt important que al visualitzar qualsevol representació simbòlica d'una operació, l'alumne no vegi, en aquella simbolització, com podria ser per exemple $3 + 4$; o $27 - 12$; o 35×6 , o qualsevol altra, una operació a la que cal donar un resultat sinó que la seva presència sigui entesa com una comunicació d'uns fets i no d'un resultat. Arribar a transformar aquesta forma d'interpretar les operacions va lligat en entendre la matemàtica com un llenguatge que permet comunicar la realitat del nostre entorn.

L'home des dels seus orígens va cercar les formes de llenguatge que el permetessin comunicar el que sentia i les accions que feia o calia fer. Entre les moltes accions, unes d'elles tenen relació amb el món de les propietats quantitatives dels objectes. L'evolució antropològica tal i com demostra la documentació històrica mostra l'evolució de la comunicació quantitativa a través, inicialment, de representacions icòniques (si es volia indicar quatre cavalls, es dibuixaven quatre cavalls) passant per representacions simbòliques amb l'ajut icònic (es podia situar un objecte en una determinada posició, per exemple un cap de bou i després una quantitat de pals per indicar-ne la quantitat), a pures representacions icòniques jerarquitzades en sistemes de numeració que són els números amb l'objectiu d'estalviar temps i reduir la quantitat de símbols. Aquesta evolució fou relativament fàcil, el més complicat i

difícil fou donar significació a les accions que es feien entre les quantitats. Com comunicar que a 13 n'hi afegim 5 o que en traiem 4 o que ho repartim entre cinc persones... La recerca simbòlica d'aquestes accions que tan costà a la humanitat és el que resulta, també, difícil de comprendre i dominar per part del nen i nena i és, precisament la *comprensió de l'acció que s'estableix entre quantitats, el que cal entendre com a comprensió operativa*. L'operativitat, és consegüentment tota *acció de transformació* i canvi d'un estat inicial a un altre de final diferent al primer i és operativitat numèrica quan l'acció es produeix en el món quantitatiu.



Resulta fonamental per tant, treballar molt intensament aquesta comprensió i això ha de ser previ a l'objectiu d'interessar-se pel resultat. Dedicar atenció a la comprensió conceptual serà la base del futur domini de les operacions i això només és possible partint de la realitat vivencial per passar poc a poc a la representació simbòlica sobre paper. Treballar la comprensió dels missatges operatius i a la inversa que una representació d'una operació pugui ser transformada en acció vivencial és el primer pas de la comprensió i, evidentment, ja que això són resolucions de situacions, vol dir que cal sortir dels problemes per arribar més tard, a la resolució d'operacions abstractes i no a la inversa.

Què vol dir dominar una operació ?

Generalment quan es parla del domini operatiu s'entén com l'habilitat de dominar algorismes escrits que permeten resoldre amb exactitud una determinada operació. De fet, però, aquesta concepció no resulta suficient ni és la més correcta ja que ens podem trobar en situacions on davant una operació, per exemple $473849'78 : 786'5$ al intentar calcular, mentalment, quin pot ser el seu resultat podem constatar que persones que tenen una bona tècnica de resolució escrita però obtenen resultats mentals força equivocats i persones

que presenten dificultats en l'algorisme escrit i donen aproximacions força precises. En una situació com l'anterior, hom pot preguntar-se: qui domina més l'operació?

També podem observar que davant una situació operativa com podria ser $3 + (?) = 9$

un determinat alumnat que resol correctament el càlcul escrit ens pot indicar que caldria posar-hi el 3, al constatar amb la calculadora que el resultat és incorrecte ens pot dir el 2, per passar a continuació al 7, després el 9 ... i al contrari, uns altres que resolen amb menor exactitud les sumes escrites en diuen, per exemple, 3, després 5, després 7, després 6. És obvi que en ambdós casos hi ha una comprensió i domini molt diferent de les lleis que determinen i caracteritzen la suma i així mentre el primer no ha descobert, encara, que quan amb un valor no s'arriba al resultat de la suma cal afegir-n'hi i si en passa cal treure'n, el segon ho té interioritzat. De nou, hom es pregunta: qui domina més l'operació?

Però ens podem trobar també, i sovint així és, que davant una situació problemàtica d'acció d'afegir, ajuntar, ...o de treure, diferenciar, ... el nen o nena ens pregunta, tot i saber fer bé la mecànica operatòria, "*aquest problema de què és, de sumar o de restar?*"; i al contrari uns altres ens plantegen correctament l'acció sumativa o la substractiva encara que no resolen bé o tan bé la mecànica o fins i tot no la saben fer. Una vegada més ens neix el dubte i la pregunta: qui domina més l'operació?

Certament que tot això ens demostra que l'aprenentatge d'una operació o l'aprenentatge operatiu és quelcom que va, i ha d'anar, més enllà del pur i exclusiu domini mecànic de la resolució escrita. En els exemples anteriors podem entendre que hi incideixen doncs, tres aspectes fonamentals, per un costat la conceptualització de l'operació, per l'altre les lleis que la fan específica i determinen les característiques d'aquella operació i per l'altre, el domini de les mecàniques algorísmiques que han de permetre la resolució si bé en aquest últim cas, domini tant en la besant del càlcul escrit com mental com tecnològic. Quan alguns dels camps ressenyats resta desconegut o insuficientment dominat, no es pot dir que es domina una operació i tan greu és no saber fer

les operacions com no entendre les fenomenologies implícites d'ella, com no saber què és. Només la unitat d'aquests tres aspectes és el que fa o dona existència i sentit a una operació.

Col.locar esquema original Josep

L'operació necessita per tal de poder considerar que és té capacitat sobre ella, de dos dominis diferenciats, per una banda, la *significativitat operativa* que permet entendre l'operació i el seu sentit i, per l'altre, la *capacitat resolutòria* que es té d'ella. El primer nivell s'aconsegueix fruit de la comprensió conceptual i de les lleis internes de l'operació; el segon s'adquireix fruit de la comprensió de les lleis i del domini algorísmic. Un bon desenvolupament de les capacitats classificatòries incideix en la capacitat conceptualització, mentre que les de relació lògica potencien més l'adquisició de les lleis operatives i, l'operativitat lògica amb el domini de la igualació, composició i descomposició ajuda a la mecànica algorísmica.

Metodologia per l'aprenentatge operatiu

Assolir l'abstracció matemàtica que és imprescindible i necessària, si bé adequada a cada nivell i edat, per tal de que el que fem sigui realment un aprenentatge matemàtic necessita seguir un procés d'adquisició coherent. Entre les prioritats a tenir presents, cal destacar:

- a) Només a partir de la vivenciació nascuda de situacions reals i de problemàtiques d'interpretació d'accions, el nen/a adquireix la comprensió del què signifiquen les operacions, tot detectant-ne les problemàtiques que això origina. Posteriorment, cal endegar un procés d'aprofundiment en el coneixement conceptual a partir de la manipulació i serà a partir d'ella que es pot entrar en un procés de representació simbòlica que inicialment ha de ser icònica relacionada amb la manipulació i finalment desconexionada de cap element per cercar-ne, en últim terme, la descoberta de l'abstracció pertinent.
- b) Inicialment ens ha d'interessar la comprensió conceptual sense cap mena de necessitat del resultat. La recerca del resultat correspon treballar-lo amb la manipulació posterior si bé, primer com a constatació experimental i posteriorment com a resolució algorísmica.
- c) No s'ha de centrar les descobertes en l'ús exclusiu d'un únic material per evitar que es podés arribar a considerar la llei com a propietat del material. És molt important aplicar en diferents materials els mateixos plantejaments per tal de que la descoberta s'entengui com una llei general i no dependent de cap material.
- d) Integrar l'aprenentatge dins la pròpia realitat escolar o en contextos interdisciplinars tot procurant que tinguin significativitat real i no només com a aplicació artificial de la classe de matemàtiques.
- e) Cal iniciar l'aprenentatge operatiu en la resolució de problemes ja que són la continuïtat de les situacions vivencials per passar, posteriorment i a poc a poc, als plantejaments abstractes on es potenciaran els dominis de les

mecàniques algorísmiques que caldrà que sempre estiguin relacionades amb les seves accions manipulatives i no a la inversa.

- f) La comprensió operativa neix de la comprensió globalitzant de les operacions i no del treball independent d'operació per operació. La suma, la resta, producte, divisió s'entenen, conceptualment, pel contrast entre elles i no a través d'enfocs d'operació proveta o sigui operacions aïllades de la resta de relacions que es produeixen entre les quantitats de manera que l'aprenentatge comprensiu de les operacions cal tractar-los alhora, però sí cal diferenciar-ne el tractament algorísmic que caldrà fer-lo operació a operació.

El càlcul mental

Les orientacions didàctiques generals del Disseny Curricular de Primària de la Generalitat de Catalunya posen especial èmfasi en destacar la importància del càlcul mental per sobre de qualsevol altre tot destacant-ne, per tant, que ha de ser el procediment operatiu que s'ha de prioritzar a l'escola. El càlcul mental és, sense cap mena de dubte, la tècnica més important a desenvolupar i que per tant cal practicar amb més dedicació, en l'àmbit del coneixement numèric ja que és l'habilitat calculística que més emprarem al llarg de la vida alhora que desvetlla el raonament i la capacitat crítica personal, sent alhora, una base per la resolució de situacions problemàtiques i per desenvolupar la capacitat estimativa.

Alguns punts claus que cal tenir presents en el procés de la seva adquisició, són:

1. Començar amb el suport del material manipulable, necessari a totes les edats, i cada vegada que s'introdueixen nombres, operacions o propietats noves.

2. Deixar paulatinament el material per a poder passar a la imaginació dels nombres i quantitats.
3. Treballar, intensament, la descoberta dels fenòmens i propietats operatives sabent-les aplicar ja que la seva pràctica és la base per generar les estratègies del càlcul mental.
4. Fer expressar i explicar els procediments i estratègies utilitzades, recapitulant-les i analitzant, després de practicar-les tot el grup, les avantatges i inconvenients que cadascuna d'elles.

El càlcul mental de cap manera s'ha d'entendre com l'aplicació dels algorismes del càlcul escrit fets sense paper o sigui en aplicar mentalment els mateixos algorismes de la mecànica escrita. El seu vertader sentit es troba en l'adquisició d'estratègies específiques (arrodoniment, composició i descomposició, ús de valors claus, aplicació de lleis i valors referencials, ...) el més adequades a cada context i situació.

ELS RACONS DEL TALLER

Es treballarà amb l'objectiu d'aprofundir conceptualment el domini operatiu però també per conèixer recursos que en possibilitin el seu aprenentatge. S'estructurarà en quatre àmbits:

1.- Viure les operacions

Es treballarà la comprensió de la conceptualització operativa a partir de propostes vivencials i manipulatives.

1.1.- Les operacions com a llenguatge d'accions (vivenciació, joc,...)

1.2.- Conceptualització interoperativa

2.- Qui és qui

Les operacions són el que són no només per l'acció implícita en ella sinó també per les interioritats amb que funciona i que la determinen.

2.1.- Viatge a les interioritats operatives

2.2.- Juguem i descobrim què hi ha dins les operacions

2.3.- Les operacions no són només operacions: la geometria de l'operació

3.- Juguem amb les quantitats tot fent funcionar el magí

Es tracta de cercar alternatives que puguin ajudar a millorar els algorismes de càlcul, tant a nivell escrit com mental.

3.1.- Tècniques i recursos alternatius d'algorismes escrits (calculadora, operativitat egípcia, russa, rodets de Neper..)

3.2.- Procediments, recursos i estratègies de càlcul mental

4.- Aprenentatge de les taules: recursos i estratègies

Es treballaran diferents possibilitats i recursos que ajuden al domini automatitzat de les taules.

4.1.- Tècniques de comptatge (unitats discretes, diagrames d'arbre,...)

4.2.- Automatismes numèriques (fitxes de memòria visual,...)

4.3.- Equivalències mètriques (reglets, balances, cinta mètrica...)

4.4.- Memotècniques (Cançó,...)

4.5.- Jocs (Taules, Penkamino, Dominòs, Cartes, Bingo, Memoris, ...)

4.6.- Calculadora

4.7.- Estratègies manuals

4.8.- Estratègies mentals (lleis i propietats operatives)

